“МАТЕМАТИКА БЕЗ ГРАНИЦИ” - 2014 -2015

ЗИМА

24 януари - 1 февруари 2015 г.

ОСМИ КЛАС

УВАЖАЕМИ УЧЕНИЦИ,
За всеки верен отговор получавате по 1 точка, а за грешен или непосочен отговор – 0 точки. Съветваме ви да прочетете внимателно всяка задача и да запишете правилния отговор в листа за отговори!
Класирането се извършва по регламента на турнира.
Време за работа - 60 минути.
УСПЕХ!

Задача 1. Колко са естествените числа n, за които $20+\sqrt{15}<n<20\sqrt{15}$?

А) 77 **Б)** 74 **В)** 55 **Г)** 54

Задача 2. Кое от посочените числа не е стойност на дискриминанта на квадратно уравнение с цели коефициенти?

А) 2015 **Б)** -2015 **В)** 2016 **Г)** -2016

Задача 3. Ако числото a е рационално и числото $b=(1-a^2)\sqrt{3}+1-a$ е също рационално, тогава най-голямата стойност на b е:

А) 0 **Б)** 1 **В)** 2 **Г)** 3

Задача 4. Ако всяка от две от височините на триъгълник е не по-малка от страната, към която е спусната, тогава най-малкият ъгъл на триъгълника е:

А) 30 градуса **Б)** 45 градуса **В)** 60 градуса **Г)** 75 градуса

Задача 5. При решаването на едно и също квадратно уравнение трима ученици получили корени:

Първият ученик получил за корени числата 4 и 2;

Вторият ученик: 2 и 3;

Третият ученик: 3 и 5.

Оказало се, че всеки е познал точно един корен на уравнението.

Сборът на корените на уравнението е:

А) 5 **Б)** 6 **В)** 7 **Г)** 9

Задача 6. Кое от числата е най-голямо?

А) $\sqrt{2016}-\sqrt{2015}$ **Б)** $\sqrt{2015}-\sqrt{2014}$ **В)** $\sqrt{2014}-\sqrt{2013}$ **Г)** $\sqrt{2013}-\sqrt{2012}$

Задача 7. Увеличили дължината на кашон с 25%, а широчината намалили с 36 %.С колко процента трябва да се увеличи височината на кашона, за да не се промени обемът му?

А) 11 **Б)** 36 **В)** 25 **Г)** 50

Задача 8. Колко са простите числа, които делят числото равно на $3^{n+1} + 3^{n+2} + 3^{n+3} + 3^{n+4}$, ако n е естествено число?

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** повече от 3

Задача 9. Четириъгълник $ABCD$ е трапец с основи AB и CD (AB>CD). Ако диагоналите на трапеца се пресичат в точка O и AO:OC = 3:1, тогава отношението на лицето на трапеца $ABCD$ и лицето на триъгълник ABO е

А) 16:9 **Б)** 4:3 **В)** 9:1 **Г)** 8:5

Задача 10. Колко от корените на уравнението $\left||x^2 - 1| - 1\right| = 2$ са отрицателни числа?

А) 1 **Б)** 2 **В)** 3 **Г)** 4

Задача 11. В квадрата $ABCD$ е вписан квадрат $MNPQ$ $(M \in AB, N \in BC, P \in CD, Q \in DA)$ Нека *AM:NC=1:2* и нека лицето на квадрата *ABCD* е n пъти по-голямо от лицето на квадрата *MNPQ*. Определете *n*.

Задача 12. Разполагаме с топчета – 4 сини, 3 червени и 1 бяло. По колко начина можем да поставим тези топчета в две кутии, ако едната от тях може да побере не повече от 3, а другата – не повече от 6 топчета?

Задача 13. Уравнението $x^2 - 16x + k = 0$, където k е параметър, има за корени простите числа p и q. Определете най-голямата стойност на параметъра k.

Задача 14. Височината *CH* на равнобедрен трапец *ABCD* $(H \in AB)$ има дължина 3 *cm*. Ако *AH*= 4 *cm*, да се пресметне лицето на трапеца.

Задача 15. Намерете най-малката стойност на *x*, за която изразът $x^2 - 4|x| + 5$ има най-малка стойност.

Задача 16. Ако спрямо координатна система са зададени точките A (-1; 1) и B (3; 6), определете ординатата на точката *M,* която е среда на отсечката *AB*.

Задача 17. Ако $x - 1 \in [1; 3]$ определете възможният брой цели положителни стойности, които приема израза 8 – 3*x*.

Задача 18 Ако след превеждането на (*x*+1)(*x*+2)(*x*+3)(*x*+4)(*x*+5)(*x*+6) в нормален вид се получава $a_6\, x^6 + a_5\, x^5 + a_4\, x^4 + a_3\, x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ пресметнете $a_1 + a_3 + a_5$.

Задача 19.. Естественото число *x* има за цифра на единиците 5. Определете възможните стойности на цифрите на стотиците на числото x^2.

Задача 20. Многоцифреното число *N* се записва с цифрите $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ като $N = \overline{a_1 a_2 a_{3\dots} a_n}$ и $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n$. Да се намери сборът от цифрите на числото $9N$.