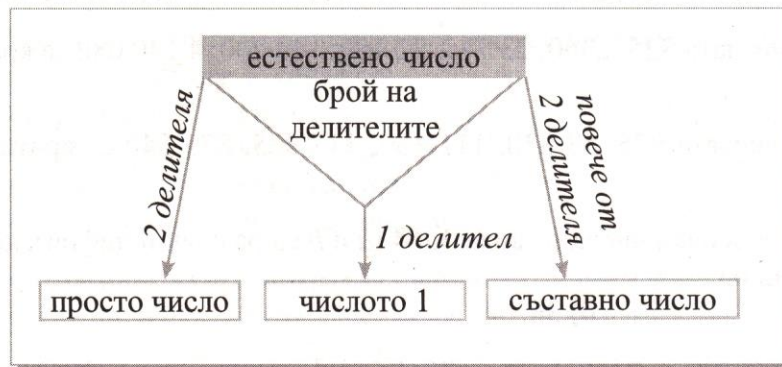


69. Допишете липсващите цифри така, че да получите най-голямото число, което се дели на 75.
- а) б)
70. Колко на брой са четирицифрените числа с цифра на стотиците, равна на 5, и цифра на десетиците, равна на 3, които са:
- а) кратни на 4, но не са кратни на 3;
 б) кратни на 12, но не са кратни на 9?
71. Проверете кои от числата 3468; 3586; 24 042; 73 458; 3 560 653 се делят на 11.
72. В записа 85^{**} заместете звездичките с цифри така, че да получите число, което се дели на 11. Колко такива числа има?
73. Нека M е произволно 2015-цифрено число, което се дели на 9. Да означим сбора от цифрите на това число с N , а сбора от цифрите на числото N – с P . Намерете сбора от цифрите на числото P .

Представяне на естествени числа като произведение на прости множители. Степен



Всяко съставно число може да се разложи на прости множители.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n - \text{степен}$$

a – основа

n – степенен показател

Група А

- Намерете всички делители на числото 24.
- Кое от числата е просто?
 А) 21 Б) 49 В) 33 Г) 23
- От дадените числа съставно е:
 А) 31 Б) 47 В) 29 Г) 63
- Колко четни прости числа има?
- За всяко от числата в таблицата запишете всички възможни представления като произведение на две числа, броя на делителите им и определете дали са прости.

Число	21	25	29	41	45	51	73
Като произведение на два множителя	$21 = 1 \cdot 21$ $= 3 \cdot 7$						
Брой делители	4						
Вид на числото	съставно						

- Запишете всички едноцифрени прости числа.
- Запишете всички прости числа от 10 до 20.
- В таблицата са написани числата от 1 до 50. Оградете с кръгче последователно: числото 1; числата, по-големи от 2 и кратни на 2; числата, по-големи от 3 и кратни на 3; числата, по-големи от 5 и кратни на 5.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

- Кое е първото неоградено число, по-голямо от 5? Просто ли е то? Оградете всички числа, по-големи от него и кратни на него.
- Запишете всички неоградени числа и се обосновайте защо те са прости.

Поредицата от стъпки, които изпълняваме, за да се постигне определена цел (както в задача 8), се нарича алгоритъм. Алгоритъмът за намиране на простите числа от 1 до n е предложен от древно-

гръцкия математик Ератостен през III в. пр. Хр. и е известен като „Решето на Ератостен“.

9. Кои от числата 53; 57; 63; 76; 79; 83 и 85 са прости?
10. Като използвате признаците за деление, проверете, че числата 395; 502; 711; 746 и 813 са съставни.
11. Намерете просто число, което е кратно на:
а) 2; б) 3; в) 7; г) 37.
12. Сборът от най-големия делител на 29 и най-големия делител на 22, различен от 22, е:
А) 51 Б) 40 В) 25 Г) 50
13. Намерете x , ако числото $x \cdot 11$ е просто.
14. Намерете всички прости делители на числата:
а) 12; б) 40; в) 53; г) 69.
15. Кое от числата може да се представи като произведение на две прости числа?
А) 27 Б) 66 В) 34 Г) 31
16. Кое от числата е съставно и има само един прост делител?
А) 27 Б) 66 В) 34 Г) 31
17. Запишете произведението, като използвате степени.
а) $17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$ б) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ в) $5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
18. Запишете степените като произведение и пресметнете.
а) 9^2 б) 3^3 в) 1^6 г) $2^2 \cdot 3^2$
19. Разложете числата на прости множители.
а) 12 б) 18 в) 45 г) 48
д) 54 е) 64 ж) 65 з) 99
и) 104 к) 625 л) 170 м) 1300
20. Дължините на страните на правоъгълник са прости числа. Възможно ли е да е просто число:
а) обиколката на правоъгълника;
б) лицето на правоъгълника?
21. Дадени са числата 52; 57; 65; 78; 91; 98; 105; 123; 136; 143.
а) Разложете ги на прости множители.
б) Попълнете дадените числа в таблицата в зависимост от написаните делители.

Делител	5	7	11	13	17	19	41
Число							

22. Намерете всички двуцифрени числа, които се представят като произведение на две еднакви прости числа.
23. Намерете числото b , ако $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 18 \cdot b$.
24. Намерете числата b и c , ако $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 6 \cdot b$ и $b = 12 \cdot c$.
25. Намерете числата a и b , ако $2^3 \cdot 3^2 = 9 \cdot a$ и $a = 6 \cdot b$.

Група Б

26. Заместете звездичките в записите $*7$ и $7*$ така, че получените числа да са прости.
27. Ако p е най-малкото просто число, а q е най-малкото трицифрено просто число, сборът $p + q$ е:
 А) 102 Б) 103 В) 105 Г) 106
28. Колко най-много различни прости делителя може да има двуцифрено число, което се записва с еднакви цифри?
 А) 3 Б) 4 В) 5 Г) 6
29. Намерете най-малкото просто число p , за което сборът $18 + p$ също е просто число.
30. Намерете:
 а) пет последователни съставни двуцифрени числа;
 б) седем последователни съставни двуцифрени числа.
31. Колко на брой са двуцифрените числа, които имат три различни прости делителя?
32. Сборът от всички съставни числа, на които 200 се дели без остатък, е:
 А) 457 Б) 464 В) 431 Г) 424
33. Дайте пример, с който да опровергавате всяко от твърденията.
 а) Всяко четно число е съставно.
 б) Всички нечетни числа са прости.
 в) Двуцифрено число с еднакви цифри е съставно.

34. Сборът на две прости числа е нечетно число. Намерете по-малкото от числата.

35. За да проверите дали числото 347 е просто, изпълнете следния алгоритъм:

- 1) Намерете най-голямото естествено число x , за което произведението $x \cdot x$ е по-малко от 347.
- 2) Намерете всички прости числа, ненадминаващи x .
- 3) Проверете дали числото 347 се дели на намерените прости числа. Ако 347 не се дели на нито едно от тези числа, то е просто. В противен случай е съставно.

36. Проверете дали е просто числото.

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| а) 113 | б) 133 | в) 143 | г) 279 |
| д) 293 | е) 391 | ж) 403 | з) 479 |

37. Разложете на прости множители числата.

- | | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| а) 586 | б) 963 | в) 2525 | г) 3752 |
| д) 3440 | е) 1593 | ж) 6705 | з) 2014 |

38. Ако $a = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$, кое от числата НЕ е делител на a ?

- | | |
|------------------------------------|--|
| А) $b = 2 \cdot 2 \cdot 7$ | Б) $c = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ |
| В) $d = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ | Г) $e = 2 \cdot 5 \cdot 7$ |

39. Като използвате таблицата, запишете като произведение от прости множители всички делители на числото $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Прости множители	Колко пъти простият множител участва в произведението							
	0	1	0	0	1	1	0	1
2	0	1	0	0	1	1	0	1
3	0	0	1	0	1	0	1	1
5	0	0	0	1	0	1	1	1
Делители на a	1	2					3	5

40. Като използвате таблицата, запишете като произведение от прости множители всички делители на числото $a = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.

Прости множители	Колко пъти простият множител участва в произведението							
	0	1	2	3	0	1	2	3
3	0	1	2	3	0	1	2	3
5	0	0	0	0	1	1	1	1
Делители на a	1		3	3				

41. Дадени са произведенията:

$$\begin{array}{llll} a = 14 \cdot 36; & d = 66 \cdot 20; & i = 46 \cdot 132; & l = 182 \cdot 105; \\ b = 18 \cdot 33; & e = 48 \cdot 15; & j = 102 \cdot 315; & m = 300 \cdot 252; \\ c = 24 \cdot 28; & f = 140 \cdot 35; & k = 75 \cdot 30; & n = 51 \cdot 207. \end{array}$$

- а) Без да извършвате умножението, разложете на прости множители дадените числа и запишете разлагането, като използвате степени.
 б) Попълнете в таблицата числата, които се делят на 16, на 21, на 25, на 27, на 45 и на 88.

Дели се на:	16	21	25	27	45	88
Число						

42. Намерете x , ако:

$$\begin{array}{llll} \text{а) } x \cdot x = 324; & \text{б) } x \cdot x = 225; & \text{в) } x \cdot x = 576; & \text{г) } x \cdot x = 1024; \\ \text{д) } x \cdot x = 1225; & \text{е) } x \cdot x = 2025; & \text{ж) } x \cdot x = 1764; & \text{з) } x \cdot x = 3025. \end{array}$$

Група В

43. Четири деца обсъждали отговора на една задача.

Митко казал: „Отговорът е 39“.

Петьо казал: „Отговорът е просто число“.

Таня казала: „Отговорът е четно число“.

Валя казала: „Отговорът е 33“.

Кое е числото, ако точно едно от момичетата и точно едно от момчетата са получили грешен отговор?

44. Сборът на три последователни прости числа, по-малки от 100, се дели на 5. На колко най-много може да е равен този сбор?

45. Всяко число след първото в редицата 2, 5, 11, ... се получава, като удвоим предходното и прибавим 1. Кое е първото число в редицата, което не е просто?

46. Естественото число N ще наричаме „особено“, ако $N - 1$ и $N + 1$ са прости числа. Намерете сбора на първите 5 особени числа.

47. Електронен часовник показва часа от 0:00 до 23:59. Колко пъти в денонощието всички цифри на показвания час ще бъдат прости числа?

© 48. Нека P е равно на произведението на всички нечетни прости числа, по-малки от 100. Цифрата на единиците на P е:

А) 1

Б) 3

В) 5

Г) 7

49. Сборът на две прости числа е 18. Колко е произведението им?

50. Намерете x , ако:

а) $x \cdot x \cdot x = 1728$;

в) $x \cdot x \cdot x = 4096$;

д) $x \cdot x \cdot x = 421\,875$;

ж) $x \cdot x \cdot x = 3\,375\,000$;

и) $x \cdot x \cdot x = 2\,985\,984$.

б) $x \cdot x \cdot x = 15\,625$;

г) $x \cdot x \cdot x = 74\,088$;

е) $x \cdot x \cdot x = 110\,592$;

з) $x \cdot x \cdot x = 1\,259\,712$;

51. Намерете най-малкото естествено число a , за което съществува естествено число n такава, че:

а) $352 \cdot a = n^2$;

в) $3168 \cdot a = n^2$;

д) $375 \cdot 320 \cdot a = n^3$;

ж) $375 \cdot 192 \cdot a = n^4$;

и) $378 \cdot a \cdot a \cdot a = n^2$.

б) $540 \cdot a = n^2$;

г) $1176 \cdot a = n^3$;

е) $224 \cdot 756 \cdot a = n^3$;

з) $2592 \cdot a \cdot a = n^3$;

52. Числото 10 000 е записано като произведение на два множителя, в чийто десетичен запис не се среща нито един път цифрата 0. На колко е равен сборът на тези два множителя?

53. Като използвате таблицата, запишете като произведение от прости множители всички делители на числото $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$.

Прост множител	Колко пъти простият множител участва в произведението											
	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2
2	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2
3	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
5	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
Делители на a		3								2 · 2 · 3		

54. Напишете във вид на произведение всички делители на числото $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$.

55. Ако p , q и r са прости числа, определете броя на делителите (включително 1 и самото число) на числата:

а) $a = p \cdot q$;

в) $c = p \cdot q \cdot r$;

д) $e = p \cdot p \cdot p$;

ж) $g = p \cdot p \cdot p \cdot q$;

и) $k = p \cdot p \cdot q \cdot q \cdot r$.

б) $b = p \cdot p$;

г) $d = p \cdot p \cdot q$;

е) $f = p \cdot p \cdot q \cdot q$;

з) $h = p \cdot p \cdot p \cdot q \cdot q$;

56. Намерете простите делители, броя на всички делители и броя на делителите, които са съставни числа на числата:
 а) 264; б) 405; в) 540; г) 588.
57. Кое е най-малкото четирицифрено число, което има точно три различни делителя (включително 1 и самото число)?

Общ делител и най-голям общ делител на естествени числа. Общо кратно и най-малко общо кратно на естествени числа

- **Общ делител** на няколко числа – число, което е делител на всяко от числата.
- **Най-голям общ делител (НОД)** на няколко числа – най-големият от всички общи делители.

Намиране на НОД
НОД (126, 70) = ?

Чрез намиране на всички делители	Чрез разлагане на прости множители
$70 = \begin{cases} 1 \cdot 70 \\ 2 \cdot 35 \\ 5 \cdot 14 \\ 7 \cdot 10 \end{cases}$	$126 = \begin{cases} 1 \cdot 126 \\ 2 \cdot 63 \\ 3 \cdot 42 \\ 6 \cdot 21 \\ 7 \cdot 18 \\ 9 \cdot 14 \end{cases}$
<p>Общи делители: 1, 2, 7, 14 НОД (70, 126) = 14</p>	$\begin{array}{r l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$ <p>НОД (70, 126) = 2 · 7 = 14</p>

- **Взаимно прости числа** – НОД е 1.
- **Общо кратно** на няколко числа – число, което е кратно на всяко от тях.
- **Най-малко общо кратно (НОК)** на няколко числа – най-малкото от всички общи кратни на числата.

Намиране на НОК

НОК (28, 70, 126) = ?

28,	70,	126		2	НОК (28, 70, 126) = 2 . 2 . 3 . 3 . 5 . 7
14,	35,	63		2	НОК (28, 70, 126) = 1260
7,	35,	63		3	
7,	35,	21		3	Общи кратни на 28, 70 и 126:
7,	35,	7		5	1 . 1260; 2 . 1260; 3 . 1260; 4 . 1260, ...
7,	7,	7		7	
1,	1,	1			

Едновременно намиране на НОК и НОД на две числа

НОД (126, 70) = ? НОК (126, 70) = ?

70,	126		2	Делим само на прости числа, кои- то са общи делите- ли на 70 и 126...
35,	63		7	
5,	9			

...докато полу-
чим взаимно
прости числа.

$$\text{НОД} (70, 126) = 2 \cdot 7 = 14$$

$$\text{НОК} (70, 126) = 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot 9 = 630$$

Група А

- Запишете всички делители на числата 18; 21; 35; 45 и 84.
 - Намерете всички общи делители на числата 18 и 45.
 - Намерете всички общи делители на 21 и 84.
 - Намерете най-големия общ делител на числата 35 и 45.
 - Намерете най-големия общ делител на числата 18 и 84.
- Намерете общите делители на числата:
 - 18 и 60;
 - 28 и 32;
 - 45 и 88;
 - 72 и 81.

3. Запишете във вид на произведение най-големия общ делител на числата a и b , ако:

- а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
 б) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$;
 в) $a = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$ и $b = 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13$;
 г) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;
 д) $a = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$;
 е) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 3 \cdot 13 \cdot 19$.

4. Намерете най-големия общ делител на числата:

- а) 12 и 18; б) 50 и 175; в) 675 и 825;
 г) 147 и 49; д) 135 и 45; е) 288 и 72;
 ж) 180 и 315; з) 168 и 224; и) 462 и 198;
 к) 585 и 360; л) 680 и 612; м) 504 и 216.

5. Попълнете таблицата.

Взаимно прости са числата:	Да/Не
а) 36 и 9	
б) 26 и 13	
в) 16 и 9	
г) 16 и 51	
д) 21 и 10	
е) 34 и 45	
ж) 15 и 228	
з) 14 и 25	
и) 56 и 27	
к) 44 и 27	
л) 42; 27 и 15	
м) 70; 27 и 15	
н) 30; 26 и 14	

6. Като използвате числата 9; 14; 15 и 27, запишете:

- а) три двойки взаимно прости числа;
 б) три числа, които не са взаимно прости.

7. Числото 28 е взаимно просто със:

- А) 106 Б) 7204 В) 77 Г) 25

8. Числото 36 НЕ е взаимно просто с:

- А) 25 Б) 35 В) 37 Г) 88

9. Числата 42; a и 15 са взаимно прости, ако a е:
 А) 30 Б) 55 В) 7401 Г) 3
10. Запишете всички кратни на числата 4; 6; 9 и 15, които са по-малки от 100.
 а) Запишете всички общи кратни на числата 4 и 6, които са по-малки от 100.
 б) Запишете всички общи кратни на 9 и 15, които са по-малки от 100.
 в) Намерете най-малкото общо кратно на числата 4 и 6.
 г) Намерете най-малкото общо кратно на числата 9 и 15.
 д) Намерете най-малкото общо кратно на числата 6; 9 и 15.
11. Напишете по пет общи кратни на числата:
 а) 3 и 5; б) 8 и 12; в) 14 и 35; г) 11 и 22.
12. Запишете най-малкото общо кратно на числата a и b във вид на произведение на прости множители, ако:
 а) $a = 3 \cdot 5$ и $b = 7 \cdot 5$; б) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.
13. Намерете най-малкото общо кратно на числата a и b , ако:
 а) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$;
 б) $a = 3 \cdot 3 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;
 в) $a = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$;
 г) $a = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 5 \cdot 13$;
 д) $a = 5 \cdot 5 \cdot 13$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;
 е) $a = 3 \cdot 3 \cdot 13$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 13$.
14. Намерете най-малкото общо кратно на числата:
 а) 6 и 8; б) 12 и 16; в) 21 и 12;
 г) 15 и 8; д) 26 и 10; е) 33 и 10;
 ж) 66 и 22; з) 24 и 96; и) 45 и 135;
 к) 72 и 99; л) 70 и 84; м) 396 и 180.
15. Намерете най-малкото общо кратно на числата:
 а) 6; 8 и 12; б) 3; 9 и 12; в) 5; 10 и 15;
 г) 2; 3 и 5; д) 3; 4 и 5; е) 2; 7 и 9;
 ж) 4; 8 и 9; з) 6; 7 и 30; и) 2; 6 и 11;
 к) 2; 6; 8 и 12; л) 3; 5; 12 и 15; м) 7; 14; 28 и 35.
16. Проверете вярно ли е, че:
 а) НОК (18, 45) = 10 . НОД (18, 45);
 б) НОК (35, 40) = НОК (35, 8) . НОК (35, 5);
 в) НОД (75, 45) = НОД (60, 25);
 г) НОК (32, 48) = НОД (32, 8) . НОД (48, 60);
 д) НОК (4, 6, 9) = НОК (4, 6) . НОД (6, 9);
 е) НОК (27, 35) = НОК (27, 9) . НОК (35, 7).

Група Б

17. Намерете най-големия общ делител на числата:
а) 4725 и 7875; б) 7920 и 594; в) 891 и 1701;
г) 45; 75 и 180; д) 102; 136 и 204; е) 222; 407 и 1110;
ж) 324; 111 и 432; з) 329; 640 и 960; и) 195; 156 и 260.
18. Напишете три двуцифрени числа с еднакви цифри и намерете техния най-голям общ делител.
19. Ако НОД $(a, b) = 6$, кое от твърденията НЕ е вярно винаги?
А) a е кратно на 6. Б) $a + b$ е кратно на 6.
В) b е делител на 6. Г) $a \cdot b$ се дели на 36.
20. Намерете най-големия общ делител на числата a ; b и c , ако:
а) $a = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ и $c = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$;
б) $a = 4 \cdot b$; $b = 6 \cdot c$ и $c = 3 \cdot 5 \cdot 11$;
в) $a = 18 \cdot b$; $a = 8 \cdot c$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 13$.
21. Намерете сбора на числата a и b , ако те са взаимно прости, по-големи от 1 и $a \cdot b = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$.
22. Числата a и b са взаимно прости, по-големи от 1 и $a \cdot b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. На колко най-много може да е равен сборът $a + b$?
23. Намерете най-малкото общо кратно на числата:
а) 34; 51 и 68; б) 168; 231 и 60; в) 132; 330 и 462;
г) 28; 91 и 105; д) 56; 84 и 140; е) 15; 55 и 132;
ж) 65; 72 и 78; з) 63; 77 и 84; и) 40; 45 и 375.
24. Намерете най-големия общ делител и най-малкото общо кратно на числата:
а) 90; 126 и 198; б) 280; 210 и 385;
в) 98; 126 и 168; г) 108; 180 и 252.
25. Запишете във вид на произведение от прости множители НОД (a, b) , НОК (a, b) и проверете, че НОД $(a, b) \cdot$ НОК $(a, b) = a \cdot b$, ако:
а) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 11$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11$;
б) $a = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17$ и $b = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 19$;
в) $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 11$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$.
26. Ако най-големият общ делител на числата a и b е 1, то най-малкото им общо кратно е равно на:
А) $a \cdot b$ Б) $(a + 1) \cdot (b + 1)$
В) $a \cdot b + 1$ Г) $(a + 1) \cdot (b - 1)$

27. Намерете най-голямото трицифрено число, кратно едновременно на 12, на 14 и на 21.
28. Колко трицифрени числа са кратни едновременно на 18, на 36 и на 48?
29. Намерете всички общи кратни на 15, на 18 и на 42, които са по-малки от 2016.
30. Колко най-много еднакви торбички с лакомства може да направите, ако разполагате с 48 шоколада и 36 вафли и използвате всичките?
31. За детско тържество приготвили 70 баклавички, 84 целувки и 98 шоколадови пастички, които подредили в чинии. Във всяка чиния сложили еднакъв брой баклавички, еднакъв брой целувки и еднакъв брой шоколадови пастички.
- а) Колко най-много чинии може да са приготвени за тържеството?
 б) По колко най-малко сладкиша може да има във всяка чиния?
- © 32. В 1. клас на горското училище са се записали 42 катерички, 54 зайчетата и 48 сърнички. Директорът г-н Мецанов трябва да ги разпредели в няколко паралелки така, че във всяка паралелка броят на сърничките, на зайчетата и на катеричките да е един и същ. По колко най-малко зайчета може да има във всяка паралелка?
 А) 2 Б) 3 В) 6 Г) 9
33. На коледно тържество всички деца получили еднакви подаръци. За всички подаръци били използвани 123 портокала и 82 ябълки. Колко деца са присъствали? По колко плода е имало във всеки подарък?
34. За едnodневна екскурзия на работниците от една фирма били осигурени няколко еднакви автобуса. 424 работници отпътували към планинска местност, а 477 работници – към язовир. Ако всички места в автобусите са били заети, намерете колко автобуса са отпътували към планината и колко – към язовира.
35. Крачката на Ники е с дължина 75 cm, а крачката на Катя – с дължина 60 cm. Те решили да измерят с крачки дължината на един правоъгълен килим и всеки направил по няколко пълни крачки. Колко метра най-малко може да е била дължината на килима?
36. По пътя от дома си до горското училище Мечо Пух бележи всяко четвърто дърво със синя черта, а всяко шесто – с червена. Ако всички дървета по пътя са 240, колко от тях са белязани и със синя, и с червена черта?
37. От една автобусна спирка тръгват едновременно три автобуса с номе-

ра 1, 2 и 3. Автобус № 1 тръгва на всеки 14 минути, автобус № 2 – на всеки 6 минути, а автобус № 3 – на всеки 8 минути. Ако в 12:30 ч. трите автобуса са потеглили едновременно от спирката, най-рано в колко часа:

- а) автобуси с номера 1 и 2 отново ще потеглят едновременно от спирката;
- б) автобуси с номера 2 и 3 отново ще потеглят едновременно от спирката;
- в) трите автобуса отново ще потеглят едновременно от спирката?

Група В

- 38. Иван разделил числата a и b на 33 и получил две взаимно прости числа. Кое от твърденията НЕ е вярно?
 - А) a е кратно на 11.
 - Б) b е кратно на 3.
 - В) $\text{НОД}(a, b) = 33$
 - Г) $\text{НОК}(a, b) = 33$
- 39. Ако b е кратно на a , то най-големият общ делител на a и b е винаги равен на:
 - А) a
 - Б) b
 - В) $a \cdot b$
 - Г) $b : a$
- 40. Ако a е кратно на b , то най-малкото общо кратно на a и b е винаги равно на:
 - А) $a : b$
 - Б) $a \cdot b$
 - В) b
 - Г) a
- 41. Кои от следните твърдения са верни?
 - а) Най-големият общ делител на две четни числа е 2.
 - б) Две различни прости числа са взаимно прости.
 - в) Четно и нечетно число винаги са взаимно прости.
 - г) Две последователни естествени числа винаги са взаимно прости.
- 42. Правоъгълен лист картон с дължина 63 cm и широчина 42 cm трябва да бъде нарязан на еднакви квадрати. Най-малко колко квадрата може да се нарежат от този лист?
- 43. Върху една дървена пръчка Буратино поставил разрези, които разделят пръчката на 9 равни части. След него Малвина поставила разрези, които разделят пръчката на 12 равни части, и накрая Арлекин поставил разрези, които разделят пръчката на 15 равни части. Колко разреза е имало накрая върху пръчката?
- 44. От едната страна на автомобилен път от точка A през 45 m са поставени стълбове. Решено е тези стълбове да се заменят с нови, като разстоянието между новите стълбове трябва да е 63 m. Намерете разстоянието от точка A до най-близкия стълб, който ще бъде поставен на мястото на някой от старите.

45. Намерете най-малкото число, което при деление на 6 дава остатък 1, при деление на 9 дава остатък 1 и при деление на 15 дава остатък 1.
46. Намерете най-малкото просто число, което при деление на 3 дава остатък 2, при деление на 5 дава остатък 4 и при деление на 7 дава остатък 6.
47. Естественото число n дава остатък 47 както при деление на 234, така и при деление на 235. Какъв остатък дава n при деление на 15?
48. За различни занимания участниците в един ученически лагер се делят на групи. Когато лагерниците се разделят на групи по 6 ученици, трима остават извън групите; когато се разделят на групи по 9 ученици, шестима остават извън групите, а когато се разделят на групи по 15 ученици, дванадесет остават извън групите. Колко най-малко са участниците в лагера, ако те може да се разделят точно на групи по 7?
49. На репетиция за масова сцена артистите били строени първоначално по 8 в редица, но двама останали извън строя. Същото се случило и когато ги строили по 12 в редица, както и по 15 в редица. Накрая се оказало, че ако ги строят по 11 в редица, всички редици ще са пълни и всички артисти ще са в строя. Колко най-малко артисти са участвали в масовата сцена?
50. В новогодишната вечер един любител на математиката представил числото 2016 като произведение на две естествени числа и намерил най-големия общ делител на двата множителя. Кое е най-голямото число, което може да е получил той?
51. Произведението на естествените числа a и b е 5880. На колко най-много може да е равен НОД (a, b)?
52. Произведението на две естествени числа е 177 450. Намерете най-малкото им общо кратно, ако най-големият им общ делител е 65.
53. Най-малкото общо кратно на две двуцифрени числа е 210, а най-големият им общ делител е 6. Намерете числата.
54. Сборът на две естествени числа е 252. На колко е равно по-голямото от числата, ако техният най-голям общ делител е 42?
55. Намерете най-малкото число n такава, че $\text{НОД}(n, 2013) - 1 = \text{НОД}(n, 2014)$.

Тест за проверка на знанията

Първи вариант

1. Кое от дадените числа е кратно на 3?
А) 53 Б) 76 В) 209 Г) 507
2. Сборът от всички различни прости делители на числото 28 е:
А) 7 Б) 9 В) 11 Г) 12
3. Кое от числата се дели и на 9, и на 2?
А) 5040 Б) 2025 В) 1812 Г) 675
4. Кой от изразите се дели на 5?
А) $895 + 374 + 895$ Б) $374 + 374 \cdot 895$
В) $374 \cdot 895$ Г) $374 + 895$
5. Сборът на всички прости числа, по-големи от 15 и по-малки от 24, е:
А) 36 Б) 49 В) 59 Г) 80
6. По колко начина числото 56 може да се представи като произведение на два множителя?
А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4
7. Числата 14; 21 и x са взаимно прости, ако x е равно на:
А) 6 Б) 7 В) 35 Г) 77
8. Най-голямото двуцифрено число, по-малко от 50, което е произведение на две различни прости числа, е:
А) 49 Б) 48 В) 47 Г) 46
9. Ако $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ и $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$, намерете колко пъти НОК (a, b) е по-голямо от НОД (a, b).
А) 14 Б) 50 В) 150 Г) 450
10. Като използвате еднократно числата 1; 2; 5 и 7, съставете най-голямото четирицифрено число, което не се дели нито на 2, нито на 5. То е:
А) 5172 Б) 5217 В) 7215 Г) 7521

На задачи 11, 12 и 13 запишете само отговора.

11. С коя цифра трябва да се замени a в записа на числото $8aba$, за да се получи число, което се дели на 3, но не се дели на 2?
Отговор: _____
12. $\text{НОК}(15, 35) - \text{НОД}(15, 35) =$ _____

13. Намерете x , ако $2 \cdot x \cdot x = 450$.

Отговор: $x =$ _____

Запишете решението на задача 14.

14. На рекламното табло в едно пристанище има съобщения за три круиза. Като използвате информацията в трите съобщения, намерете:
- а) На 1 февруари корабите за Дъждовните и Облачните острови ще отплават от пристанището едновременно. Още колко пъти ще се случи това в периода от 1 февруари до 15 май?
- б) Корабите за трите дестинации тръгват от пристанището в един и същ ден – на 1 февруари. Коя е следващата дата, когато трите круиза отново ще започнат в един и същ ден?

Круиз го ДЪЖДОВНИТЕ ОСТРОВИ Тръгване: на 1, 7, 13 февруари и т.н. след всеки 6 дни.
Круиз го СЛЪНЧЕВИТЕ ОСТРОВИ Тръгване: на 1, 17 февруари и т.н. след всеки 16 дни.
Круиз го ОБЛАЧНИТЕ ОСТРОВИ Тръгване: на 1, 9, 17 февруари и т.н. след всеки 8 дни.

Тест за проверка на знанията

Втори вариант

- Кое от дадените числа е кратно на 9?
А) 89 Б) 118 В) 387 Г) 709
- Сборът от всички прости делители на 70 е:
А) 14 Б) 24 В) 42 Г) 54
- Кое от числата се дели на 3 и на 4?
А) 852 Б) 536 В) 402 Г) 223
- Кой от изразите се дели на 2?
А) $56 \cdot 3 + 23$ Б) $43 \cdot 26 - 243$
В) $56 + 26 + 243$ Г) $3 \cdot 256 + 256$
- Сборът на всички прости числа между 30 и 40 е:
А) 62 Б) 65 В) 68 Г) 69
- Ако при деление на числото m на 11 се получават частно 5 и остатък 3, m е равно на:
А) 28 Б) 38 В) 52 Г) 58

7. Числата 12 и 15 са взаимно прости с:
 А) 3 Б) 10 В) 24 Г) 60
8. Най-малкият множител в разлагането на трицифреното число a на прости множители е 7. На колко най-малко може да е равно a ?
 А) 105 Б) 112 В) 119 Г) 133
9. Ако $\text{НОД}(84, x) = 4$, то x може да е равно на:
 А) 10 Б) 16 В) 24 Г) 28
10. Като използвате еднократно цифрите 1; 3; 5 и 6, съставете най-малкото четирицифрено число, което не се дели нито на 2, нито на 5. То е:
 А) 1356 Б) 1365 В) 1563 Г) 1653

На задачи 11, 12 и 13 запишете само отговора.

11. С коя цифра трябва да се замени a в записа на числото $5a8a$, за да се получи число, което се дели на 6?

Отговор: _____

12. $\text{НОК}(12, 16) - \text{НОД}(12, 16) =$

Отговор: _____

13. Намерете x , ако $3 \cdot x \cdot x = 588$.

Отговор: _____

Запишете решението на задача 14.

14. Мама, татко и баба са лекари и дават нощни дежурства. Мама дежури всеки дванадесети ден, татко – всеки девети ден, а баба – всеки осми ден. На календара те са отбелязали кога са първите им две дежурства през февруари.

	Понеделник	Вторник	Среда	Четвъртък	Петък	Събота	Неделя
Февруари 2016	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28

▲ – мама
 ■ – татко
 ● – баба

- а) Мама и татко ще са дежурни едновременно на 1 февруари. Още колко пъти в периода от 1 февруари до 31 май мама и татко ще са дежурни в един и същ ден?
- б) На 1 февруари и тримата са дежурни едновременно. Коя е следващата дата, когато тримата отново ще са дежурни в един и същ ден?