63 Еднакви триъгълници. Въведение

1 Два триъгълника са еднакви и единият има страни, равни на 7 cm, 6 cm и 9 cm. Намерете периметъра на другия триъгълник.

Решение:

2 Два триъгълника са еднакви и единият от тях има ъгли $36°$ и $64°$. Намерете ъглите на другия триъгълник.

Решение:

3 Напишете равенствата на съответните страни в еднаквите триъгълници:

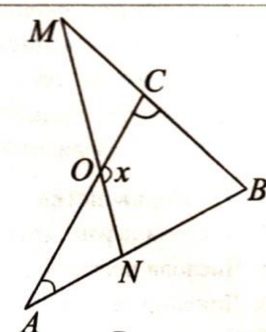
а) $\triangle ABC \cong \triangle A_2B_2C_2$;   б) $\triangle ABC \cong \triangle PMN$;   в) $\triangle MNP \cong \triangle QRS$.

4 $\triangle ABC \cong \triangle PMN$ и сборът от периметрите им е 60 cm. Ако $AB : BC : CA = 4 : 5 : 6$, намерете страните на $\triangle PMN$.

Решение:

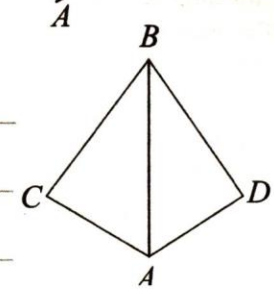
5 На чертежа $\triangle ABC \cong \triangle MBN$. Ако $\sphericalangle BAC = 34°$ и $\sphericalangle ACB = 74°$, намерете големината на ъгъл x.

Решение:



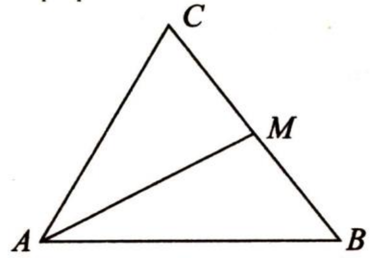
6 На чертежа $\triangle ABC \cong \triangle ABD$. Ако $BC = 16$ cm и $P_{\triangle ABC} = 46$ cm, намерете периметъра на $ADBC$ (в cm).

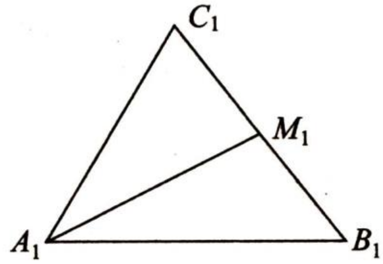
Решение:



1 **Дадено:**
$\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$
AM и A_1M_1 – медиани

Да се докаже:
$AM = A_1M_1$

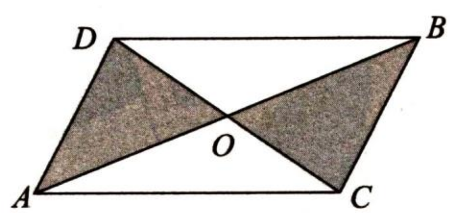




Доказателство:

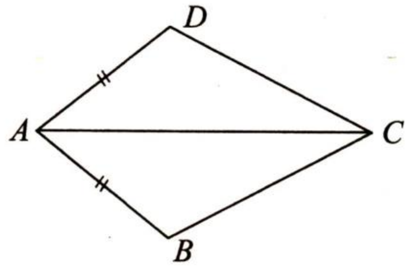
2 **Дадено:**
$AB \cap CD = O$
$AO = OB$, $CO = OD$

Да се докаже:
а) $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, $AD \parallel BC$
б) $\triangle AOC \cong \triangle BOD$, $AC \parallel BD$



Доказателство:

1 **Дадено:**
$ABCD$ – четириъгълник
$AB = AD$
AC – ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$

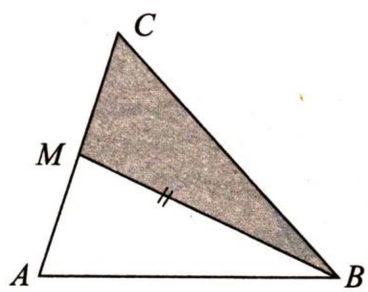


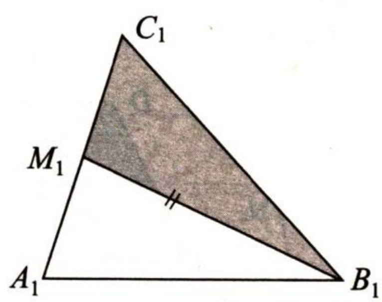
Да се докаже:
а) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$
б) $BC = DC$
в) CA – ъглополовяща на $\sphericalangle BCD$

Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
$BC = B_1C_1$
$BM = B_1M_1$ – медиани
$\sphericalangle MBC = \sphericalangle M_1B_1C_1$

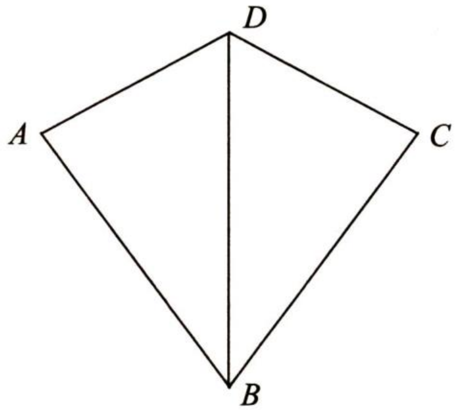
Да се докаже:
а) $CA = C_1A_1$
б) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A_1B_1C_1$





Доказателство:

1 **Дадено:**
$ABCD$ – четириъгълник
$\sphericalangle ABD = \sphericalangle CBD$
$\sphericalangle ADB = \sphericalangle CDB$

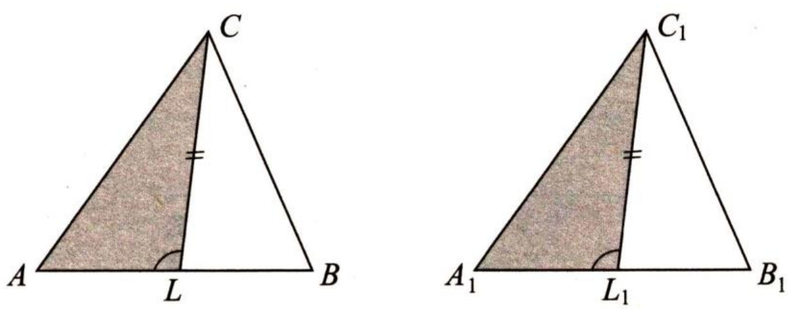


Да се докаже:
а) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD$
б) $BA = BC$

Доказателство:

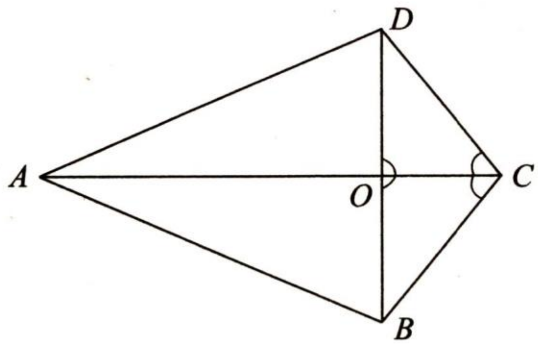
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
$\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$
$CL = C_1L_1$ – ъглополовящи
$\sphericalangle ALC = \sphericalangle A_1L_1C_1$

Да се докаже:
а) $AC = A_1C_1$
б) $AB = A_1B_1$



Доказателство:

1 **Дадено:**
$ABCD$ – четириъгълник
$BD \perp AC$, $AC \cap BD = O$
$\sphericalangle BCA = \sphericalangle DCA$

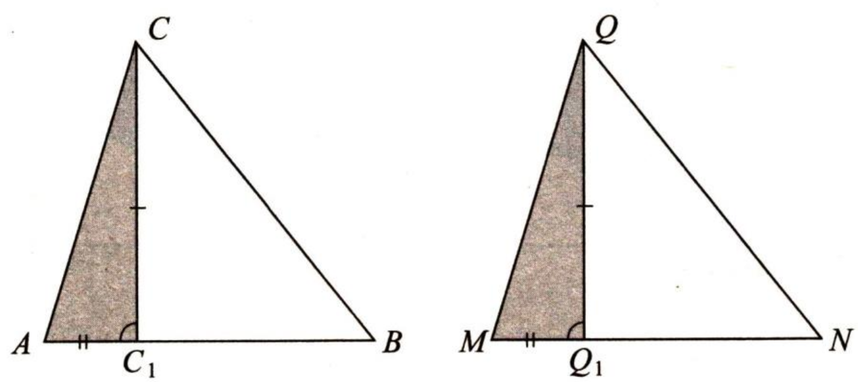


Да се докаже:
а) $BO = DO$
б) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAC$
в) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$

Доказателство:

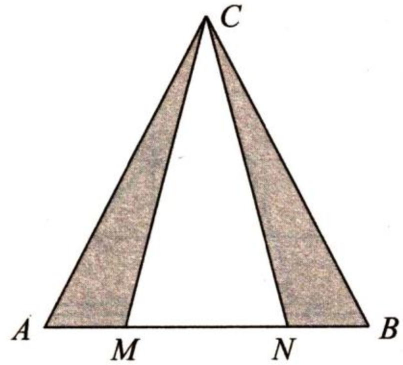
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle MNQ$ – остроъгълни
$CC_1 = QQ_1$ – височини
$AC_1 = MQ_1$
$\sphericalangle ACB = \sphericalangle MQN$

Да се докаже:
а) $AC = MQ$
б) $AB = MN$
в) $BC = QN$



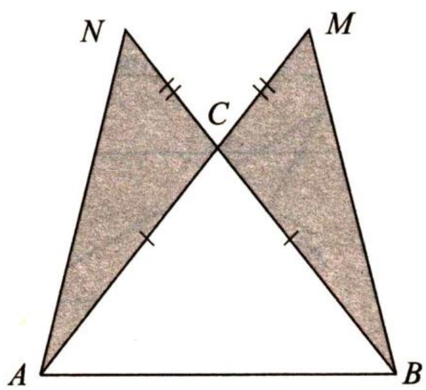
Доказателство:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
$AM = BN$



Да се докаже:
$CM = CN$
Доказателство:

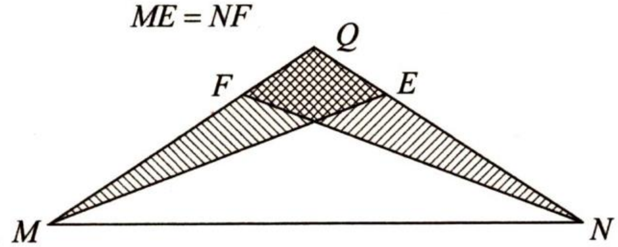
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
$CM = CN$



Да се докаже:
$AN = BM$
Доказателство:

3 **Дадено:**
$\triangle MNQ$ $(QM = QN)$
$QE = QF$

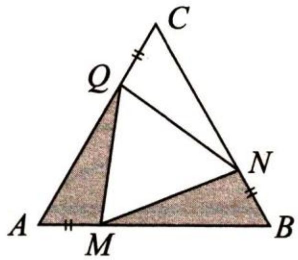
Да се докаже:
$ME = NF$



Доказателство:

1

Дадено:
$\triangle ABC$ – равностранен
$AM = BN = CQ$

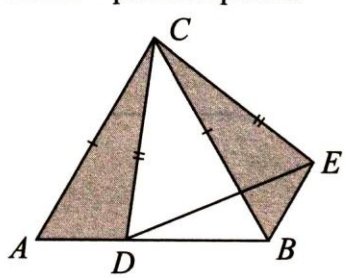


Да се докаже:
а) $\triangle AMQ \cong \triangle BNM$
б) $\sphericalangle AMQ + \sphericalangle BMN = 120^\circ$
в) $\triangle MNQ$ – равностранен

Доказателство:

2

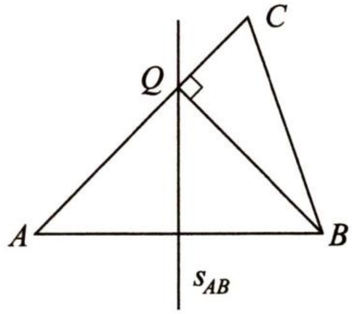
Дадено:
$\triangle ABC$ – равностранен
$D \in AB$
$\triangle CDE$ – равностранен



Да се докаже:
а) $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BCE$
б) $\triangle ACD \cong \triangle BCE$
в) $BE \parallel AC$

Доказателство:

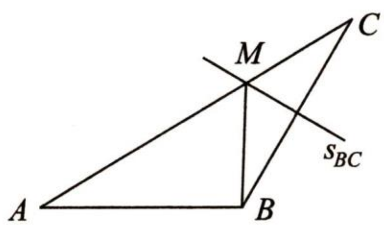
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{AB} \cap AC = Q$, $BQ \perp AC$
$\sphericalangle CAB : \sphericalangle ABC = 3 : 4$



Да се намери:
$\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$

Решение:

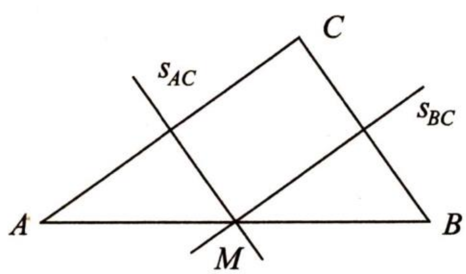
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{BC} \cap AC = M$
$AC = 12$ cm, $AB = 7$ cm



Да се намери:
$P_{\triangle ABM}$

Решение:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$s_{AC} \cap s_{BC} = M$
$M \in AB$



Да се докаже:
$\sphericalangle ACB = 90°$

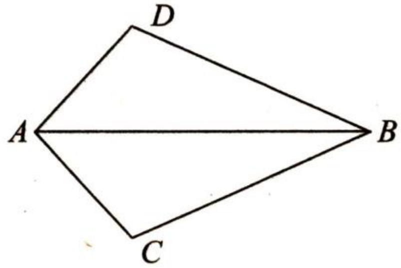
Доказателство:

1 **Дадено:**

$\triangle ABC$ и $\triangle ABD$

$\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAB$

$\sphericalangle CBA = \sphericalangle DBA$



Да се докаже:

правата AB е симетрала на CD

Доказателство:

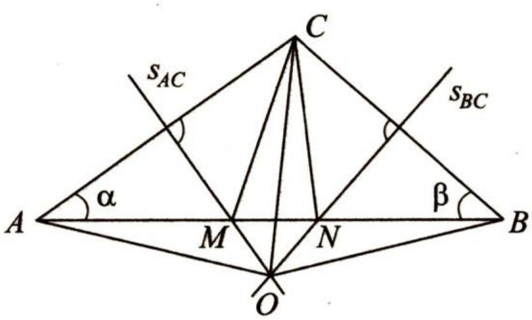
2 **Дадено:**

$\triangle ABC$ ($\sphericalangle ACB > 90°$)

$\sphericalangle BAC = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$

$s_{AC} \cap AB = M$, $s_{BC} \cap AB = N$

$s_{AC} \cap s_{BC} = O$



Да се докаже:

а) $\sphericalangle MCN = 180° - 2\alpha - 2\beta$

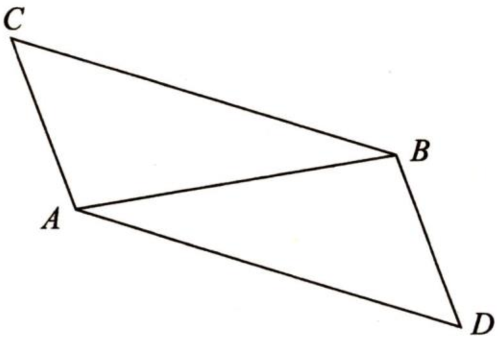
б) $\triangle ABO$ – равнобедрен

в) $\triangle AMO \cong \triangle CMO$

г) CO е ъглополовяща на $\sphericalangle MCN$

Доказателство:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle ABD$
$AC = BD$, $BC = AD$

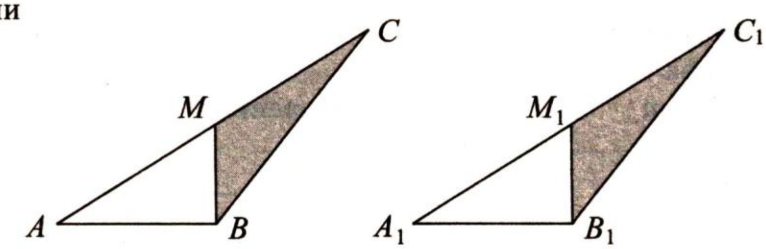


Да се докаже:
а) $\sphericalangle ABC = \sphericalangle BAD$
б) $BC \parallel AD$

Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$
$AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$
$BM = B_1M_1$ – медиани

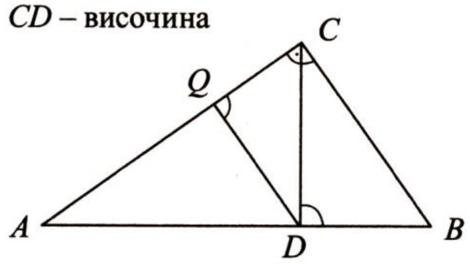
Да се докаже:
а) $\sphericalangle MBC = \sphericalangle M_1B_1C_1$
б) $AB = A_1B_1$



Доказателство:

Правоъгълен триъгълник с ъгъл 30°

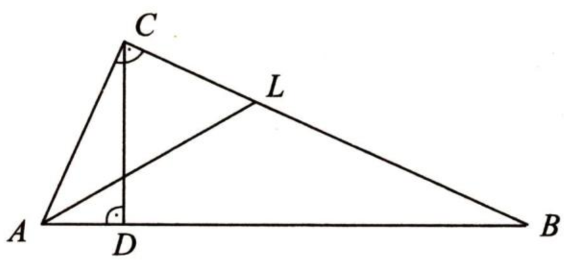
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
$\sphericalangle CAB = 30°$
CD – височина



Да се намери:
а) BC, AB, AD
б) разстоянието от точка D до AC

Решение:

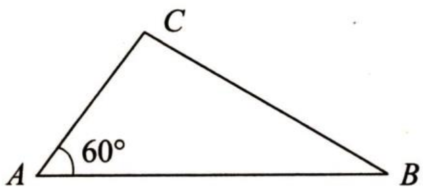
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$)
AL – ъглополовяща
CD – височина
$AL + CD = 21$ cm



Да се намери:
а) CL, AL, CD, BC
б) разстоянието от точка L до AB

Решение:

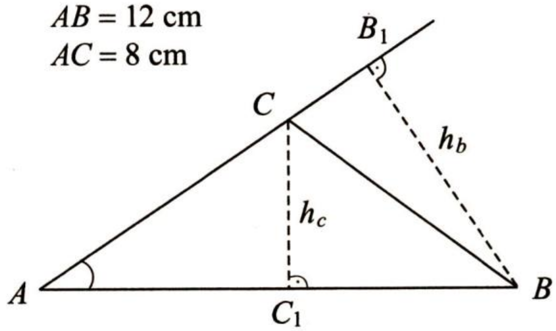
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$AB = 2AC$
$\sphericalangle CAB = 60°$



Да се докаже:
$\sphericalangle ACB = 90°$

Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$\sphericalangle CAB = 30°$
$AB = 12$ cm
$AC = 8$ cm

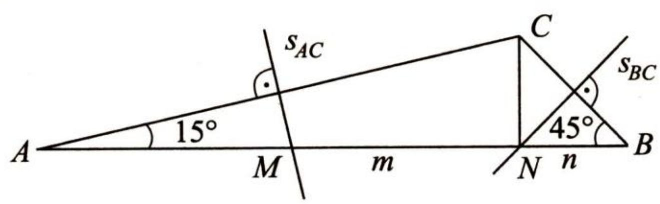


Да се намери:
h_c, S, h_b

Решение:

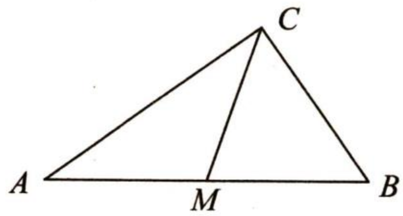
3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$\alpha = 15°$, $\beta = 45°$
$s_{AC} \cap AB = M$, $s_{BC} \cap AB = N$
$MN = m$, $NB = n$

Да се намери:
а) $P_{\triangle MNC}$, AB
б) $S_{\triangle AMC}$, $S_{\triangle MNC}$, $S_{\triangle NBC}$, $S_{\triangle ABC}$



Решение:

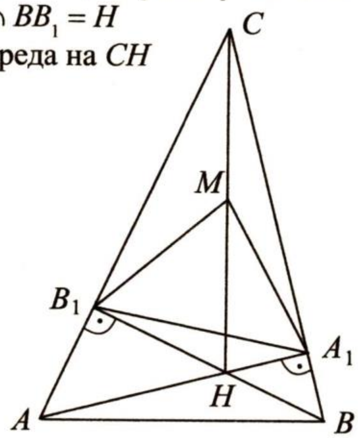
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
CM – медиана
$AB + CM = 15$ cm



Да се намери:
AB, CM

Решение:

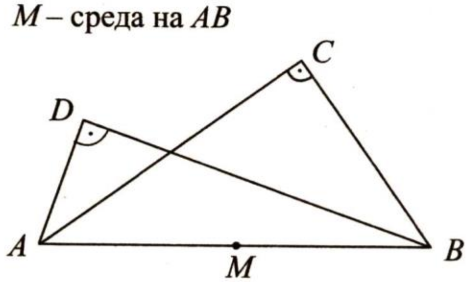
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – остроъгълен
$\sphericalangle ACB = 30°$, AA_1 и BB_1 – височини
$AA_1 \cap BB_1 = H$
M – среда на CH



Да се докаже:
$\triangle A_1B_1M$ е равностранен

Доказателство:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
$\triangle ABD$ ($\sphericalangle D = 90°$)
M – среда на AB



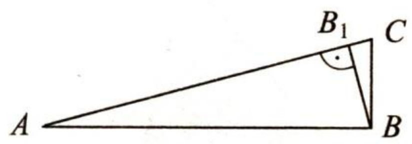
Да се докаже:
$\triangle DMC$ е равнобедрен

Доказателство:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
$\alpha : \beta : \gamma = 1 : 6 : 5$
$BB_1 = 6$ cm – височина

Да се намери:
а) α, β, γ
б) AC и $S_{\triangle ABC}$

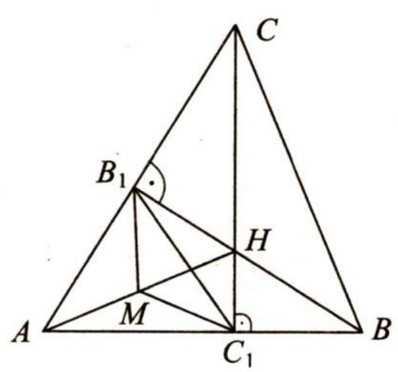
Решение:



2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – остроъгълен
$\sphericalangle BAC = 58°$
BB_1 и CC_1 – височини
$BB_1 \cap CC_1 = H$
M – среда на AH

Да се намери:
Ъглите на $\triangle MB_1C_1$

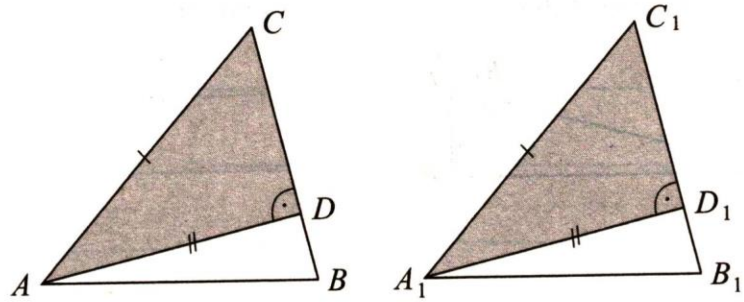
Решение:



Признак за еднаквост на два правоъгълни триъгълника

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ – остроъгълни
$AC = A_1C_1$
$\sphericalangle BAC = \sphericalangle B_1A_1C_1$
$AD = A_1D_1$ – височини

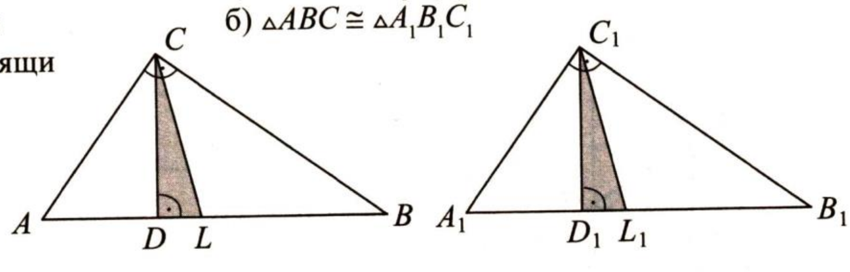
Да се докаже:
а) $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$
б) $BC = B_1C_1$



Доказателство:

2 **Дадено:**
$\triangle A_1B_1C_1$ ($\sphericalangle C_1 = 90°$)
$CD = C_1D_1$ – височини
$CL = C_1L_1$ – ъглополовящи

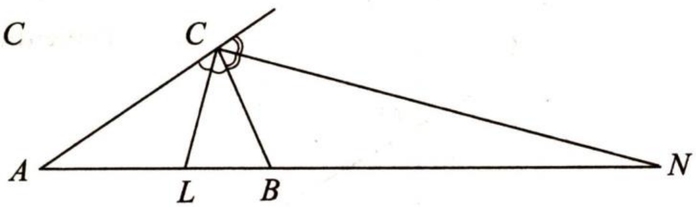
Да се докаже:
а) $\triangle CDL \cong \triangle C_1D_1L_1$
б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$



Доказателство:

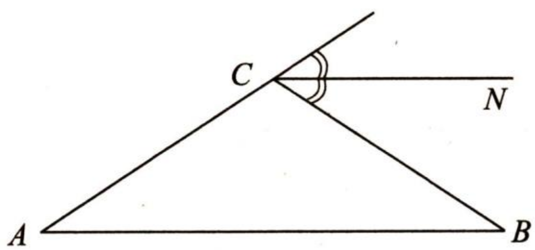
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$
CL и CN – съответно вътрешна и външна ъглополовящи през върха C
$\sphericalangle CLN : \sphericalangle CNL = 5 : 4$

Да се намери:
Ъглите на $\triangle LNC$



Решение:

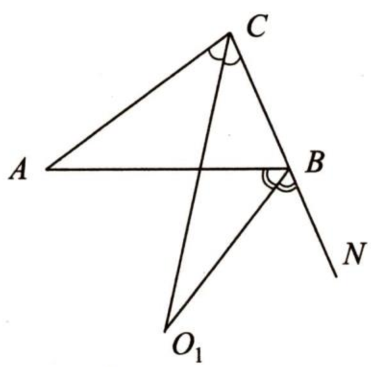
2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
CN – ъглополовяща на външния ъгъл при върха C



Да се докаже:
$CN \parallel AB$

Доказателство:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
CO_1 – ъглополовяща на $\sphericalangle ACB$
BO_1 – ъглополовяща на $\sphericalangle ABN$

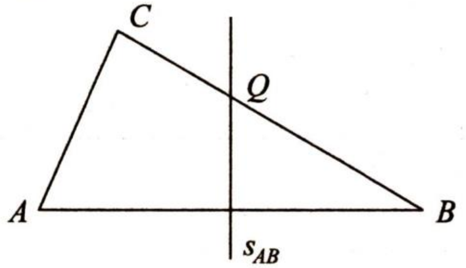


Да се докаже:

$\sphericalangle BO_1C = \frac{\alpha}{2}$

Доказателство:

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle A = 60°$, $\sphericalangle B = 30°$)
$s_{AB} \cap BC = Q$, $BQ = 8$ cm



Да се намери:
CQ, BC и разстоянието от точка Q до AB

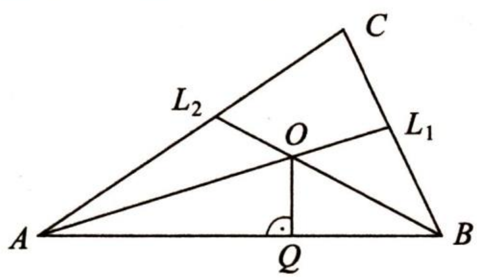
Решение:

____

____

____

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($a : b : c = 3 : 4 : 5$)
$P_{\triangle ABC} = 24$ cm
AL_1 и BL_2 – ъглополовящи
$AL_1 \cap BL_2 = O$
разстоянието от
точка O до AB е 2 cm



Да се намери:
$S_{\triangle ABO}, S_{\triangle ACO}, S_{\triangle BCO}, S_{\triangle ABC}$

Решение:

____

____

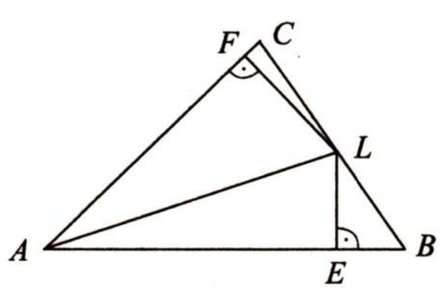
____

____

____

____

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$
AL – ъглополовяща



Да се докаже:

$$\frac{S_{\triangle ABL}}{S_{\triangle ACL}} = \frac{AB}{AC} = \frac{BL}{CL}$$

Решение:

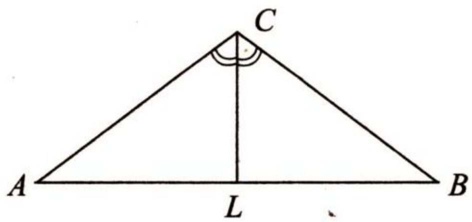
$$\frac{S_{\triangle ABL}}{S_{\triangle ACL}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot LE}{\frac{1}{2} AC \cdot LF} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

____

____

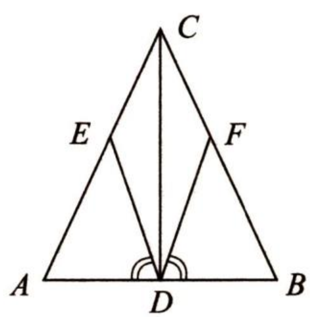
____

1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
$\sphericalangle ACB = 120°$
$CL = 8$ cm
CL – ъглополовяща



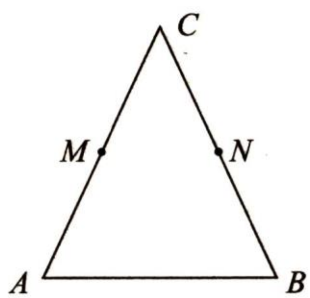
Да се намери:
AC
Решение:

2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
CD – височина
$\sphericalangle ADE = \sphericalangle BDF$



Да се докаже:
$CD \perp EF$
Доказателство:

3 **Дадено:**
$\triangle ABC$ $(CA = CB)$
M и N – среди съответно на CA и CB

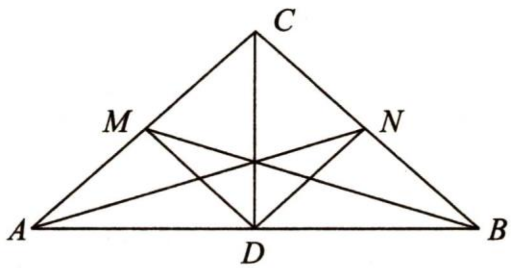


Да се докаже:
$MN \parallel AB$
Доказателство:

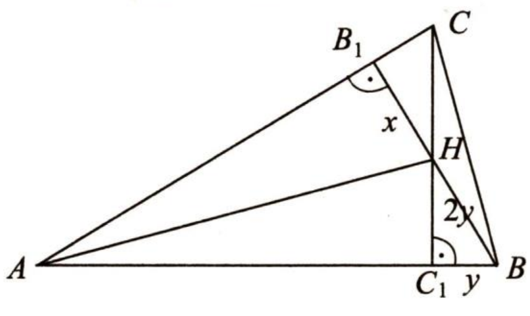
1 **Дадено:**
$\triangle ABC$ ($CA = CB$)
CD – медиана
DM – ъглополовяща на $\sphericalangle ADC$
DN – ъглополовяща на $\sphericalangle BDC$

Да се докаже:
$AN = BM$

Доказателство:



2 **Дадено:**
$\triangle ABC$ – остроъгълен
$\sphericalangle BAC = 30°$
CC_1 и BB_1 – височини
$BB_1 \cap CC_1 = H$
M – среда на AH



Да се докаже:
$AC_1 = 2HB_1 + 3C_1B$

Доказателство:

1. $\sphericalangle ACC_1 = \sphericalangle ABB_1 = 90° - 30° = 60°$

$\Rightarrow$ $\triangle HBC_1$ и $\triangle HCB_1$ – правоъгълни с ъгъл 30°.

2. Означаваме

$HB_1 = x, \quad BC_1 = y, \quad BH = 2y.$

3. $\triangle ABB_1$ – правоъгълен с $\sphericalangle 30°$

$AB = 2BB_1$

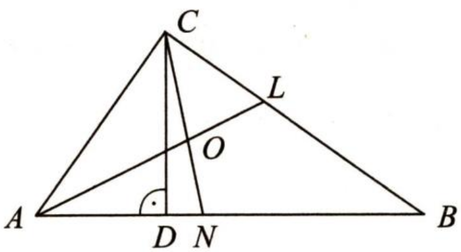
$AB = 2(x + 2y) = 2x + 4y$

4. $AC_1 = AB - BC_1 = 2x + 4y - y =$

$= 2x + 3y = 2 \,.\, HB_1 + 3.C_1B$

3

Дадено:
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
CD – височина
AL – ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$
CN – ъглополовяща на $\sphericalangle BCD$
$AL \cap CN = O$

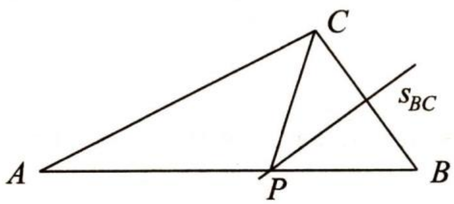


Да се докаже:
а) $AL \perp CN$
б) $CO = ON$

Доказателство:

4

Дадено:
$\triangle ABC$
$s_{BC} \cap AB = P$
$\sphericalangle ACP = \sphericalangle BCP$
$\sphericalangle ACP = 3\sphericalangle BAC$

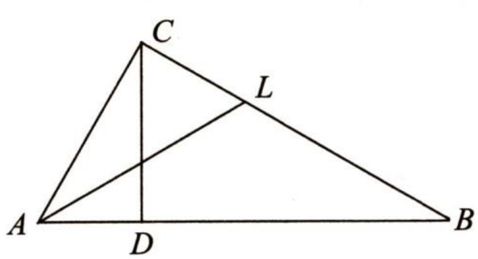


Да се намери:
Ъглите на $\triangle ABC$

Решение:

5

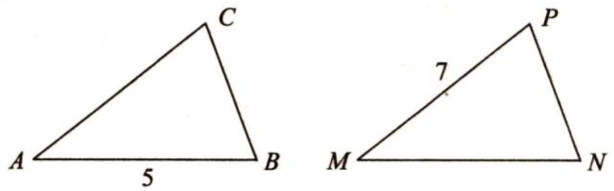
Дадено:
$\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$)
CD – височина
AL – ъглополовяща
$CD \cap AL = O$
$AO = OL$, $BL = 8$ cm



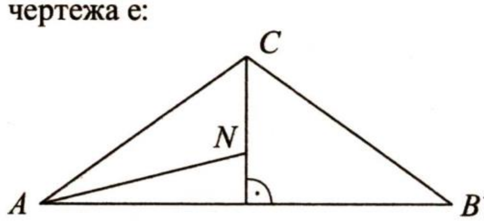
Да се намери:
а) $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle ABC$
б) BC, CD

Решение:

1 $\triangle ABC \cong \triangle MNP$, $AB = 5$ cm, $MP = 7$ cm и $P_{\triangle ABC} = 18$ cm. Намерете дължината на страната PN в сантиметри.



2 В $\triangle ABC$ $(CA = CB)$ CD е височина и $N \in CD$. Броят на двойките еднакви триъгълници на чертежа е:



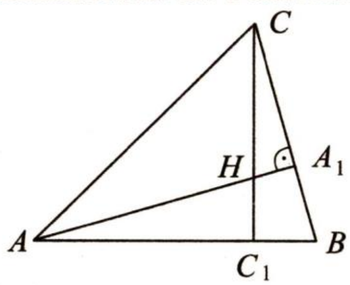
А) 1;

Б) 2;

В) 3;

Г) 4.

3 В $\triangle ABC$ височините AA_1 и CC_1 се пресичат в точка H и $BC = AH$. Ако $AB = 17$ cm и $AC_1 = 11$ cm, дължината на CH в сантиметри е:



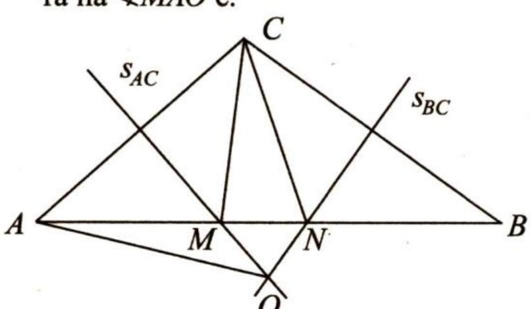
А) 8;

Б) 9;

В) 5;

Г) 11.

4 Симетралите на страните AC и BC на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O и $\sphericalangle MCN = 40°$. Големината на $\sphericalangle MAO$ е:



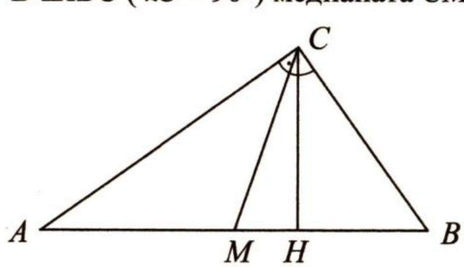
А) 20°;

Б) 30°;

В) 40°;

Г) 45°.

5 В $\triangle ABC$ $(\sphericalangle C = 90°)$ медианата CM е равна на катета CB. Височината CH е равна на:



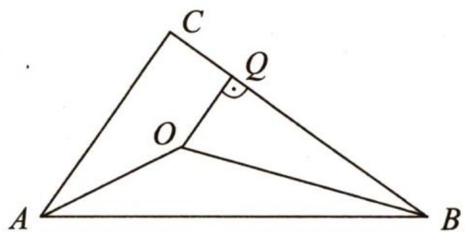
А) AM;

Б) MB;

В) $0{,}5AB$;

Г) $0{,}5AC$.

1 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle C = 90°$ и $AB = 13$ cm. Ъглополовящите на острите ъгли се пресичат в точка O, която е на разстояние 2 cm от BC. $P_{\triangle ABC}$ в сантиметри е:



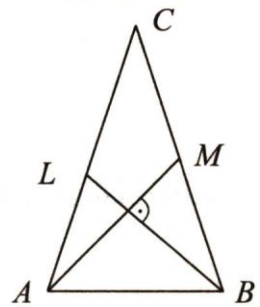
А) 30; ____________

Б) 35; ____________

В) 32; ____________

Г) 40. ____________

2 В $\triangle ABC$ $(CA = CB)$ медианата AM е перпендикулярна на ъглополовящата BL. Ако $AC = 18$ cm, дължината на AB в сантиметри е:



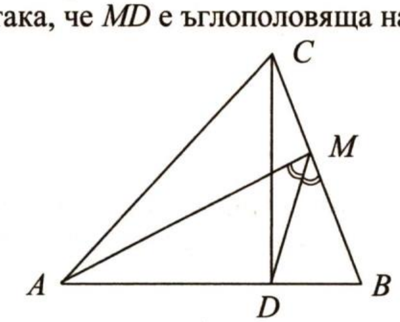
А) 10; ____________

Б) 8; ____________

В) 18; ____________

Г) 9. ____________

3 В остроъгълния $\triangle ABC$ CD е височина и $\sphericalangle BAC = 45°$. Върху страната BC е взета точка M така, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$. Големината на $\sphericalangle AMB$ е:



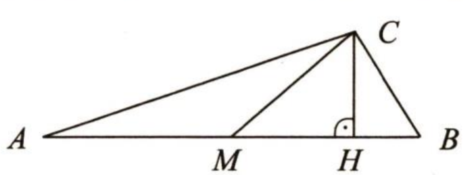
А) 60°; ____________

Б) 80°; ____________

В) 90°; ____________

Г) 100°. ____________

4 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 5 : 6$, CM е медиана и CH е височина. Не е вярно, че:



А) $S_{\triangle ABC} = 2\, S_{\triangle AMC}$;

Б) $AB = 2CM$;

В) $S_{\triangle ABC} = 4\, S_{\triangle MCH}$;

Г) $AB = 4CH$.

Еднакви триъгълници. Контролна работа. Вариант 1

Помощно поле

1 (1 т.) В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB и ъглополовящата на $\sphericalangle B$ се пресичат в точка M от страната AC. Ако $\sphericalangle ABC = 80°$, то $\sphericalangle BAC$ е равен на:

А) 30°; **Б)** 40°; **В)** 50°; **Г)** 60°.

2 (2 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$. Симетралата на страната AB пресича страната BC в точка Q. Ако $CQ = 4$ cm, дължината на височината CD в сантиметри е:

А) 4; **Б)** 6; **В)** 8; **Г)** 12.

3 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) височината CD разполовява ъглополовящата AL. Големината на $\sphericalangle ABC$ е:

А) 30°; **Б)** 40°; **В)** 45°; **Г)** 60°.

4 (3 т.) В остроъгълния $\triangle ABC$ височините AD и BQ се пресичат в точка H и $AH = BC$. Големината на $\sphericalangle BAC$ е:

А) 60°; **Б)** 45°; **В)** 30°; **Г)** 70°.

5 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 1 : 6$ и CM е медиана. Точка A е на разстояние 4 cm от CM. Намерете лицето на $\triangle BMC$ в квадратни сантиметри.

6 (4 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90°$) ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$ се пресичат в точка O. Разстоянието от точка O до страната AC е 3 cm и $AB = 15$ cm. Намерете периметъра на $\triangle ABC$ в сантиметри.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 20^\circ$ и $\sphericalangle C = 120^\circ$. Симетралите на страните AC и BC пресичат AB съответно в точките M и N. Големината на $\sphericalangle MCN$ е:

А) 40°; **Б)** 50°; **В)** 60°; **Г)** 80°.

2 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) BL е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$. Ако $BL = CL$, големината на $\sphericalangle ALB$ е:

А) 30°; **Б)** 36°; **В)** 60°; **Г)** 72°.

3 (2 т.) В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) медианата CM е равна на катета BC. Височината CH е равна на:

А) AM; **Б)** BM; **Г)** $0{,}5AB$; **Г)** $0{,}5AC$.

4 (3. т.) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 15^\circ$ и $\sphericalangle ABC = 75^\circ$. Ако $AB = 20$ cm, лицето на $\triangle ABC$ в квадратни сантиметри е:

А) 100; **Б)** 40; **В)** 50; **Г)** 60.

5 (4 т.) В остроъгълния $\triangle ABC$ CD е височина и $\sphericalangle BAC = 45^\circ$. Върху страната BC е взета точка M така, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$. Намерете големината на $\sphericalangle AMB$ в градуси.

____

____

____

____

6 (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 5 : 6$ и CM е медиана. Точка B е на разстояние 3 cm от CM. Намерете лицето на $\triangle ABC$ в квадратни сантиметри.

____

____

____

____

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$