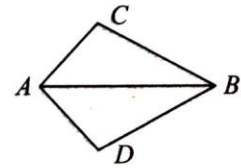


4. ЕДНАКВИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

НИВО А – ЗАДАЧИ ЗА ВСИЧКИ УЧЕНИЦИ

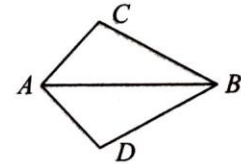
- 1 Дадено е, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, а $\triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2$. Ако $\sphericalangle A_2 = 48^\circ$ и $\sphericalangle C_1 = 95^\circ$, намерете ъглите на всеки от трите триъгълника.
- 2 Дадено е, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ и $\triangle A_1B_1C_1 \cong \triangle A_2B_2C_2$. Ако $\sphericalangle A : \sphericalangle B_1 : \sphericalangle C_2 = 2 : 3 : 4$, намерете ъглите на всеки от трите триъгълника.
- 3 Триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ са еднакви. Ако $P_{ABC} = 36$ cm и $A_1B_1 : B_1C_1 : C_1A_1 = 5 : 4 : 3$, намерете страните на двата триъгълника.
- 4 Точката M е средата на страната AB на $\triangle ABC$. Ако $CM \perp AB$, докажете, че $\triangle AMC \cong \triangle BMC$.
- 5 Отсечките AB и CD се пресичат в точка M и тя е средата на всяка от тях. Докажете, че: а) $AD = BC$; б) $AC = BD$.
- 6 Докажете, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако катетите на единия са съответно равни на катетите на другия.
- 7 Докажете, че ако два триъгълника са еднакви, то периметрите им са равни.
- 8 В $\triangle ABC$ $AB > AC$ и AL ($L \in C$) е ъглополовяща. Върху страната AB е взета обща точка N , като $AN = AC$. Докажете, че $\triangle ALN \cong \triangle ALC$.
- 9 Докажете, че средата на отсечката, чиито краища лежат на две успоредни прави, е равноотдалечена от тези прави.
- 10 Точките A и B са от рамото Op^\rightarrow , а точките D и C са от рамото Oq^\rightarrow на $\sphericalangle(pOq)$. Ако $OA = OD$ и $OB = OC$, докажете, че $\triangle OAC \cong \triangle ODB$.
- 11 На чертежа $\triangle ABC \cong \triangle ABD$. Намерете периметъра на $ABCD$, ако:

- а) $AB = 10$ cm,
 $P_{\triangle ABC} = 27$ cm;
- б) $AB = 12$ cm,
 $P_{\triangle ADB} = 30$ cm.



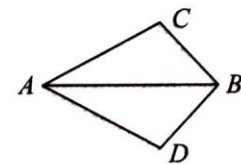
- 12 На чертежа $\triangle ABC \cong \triangle ABD$. Намерете периметъра на $\triangle ABC$, ако:

- а) $AB = 8$ cm,
 $P_{\triangle ABC} = 24$ cm;
- б) $AB = 15$ cm,
 $P_{\triangle ABC} = 40$ cm.



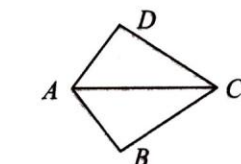
- 13 На чертежа $\triangle ABC \cong \triangle ABD$. Намерете дължината на AB , ако:

- а) $P_{\triangle ABC} = 28$ cm,
 $P_{\triangle ABC} = 36$ cm;
- б) $P_{\triangle ABD} = 18$ cm,
 $P_{\triangle ABC} = 20$ cm.



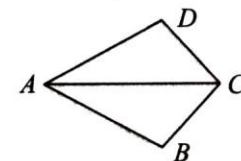
- 14 На чертежа $AB = AD$ и $\sphericalangle CAB = \sphericalangle CAD$. Намерете периметъра на $\triangle ABC$, ако:

- а) $AC = 7$ cm,
 $P_{ABCD} = 24$ cm;
- б) $AC = 9$ cm,
 $P_{ABCD} = 34$ cm.



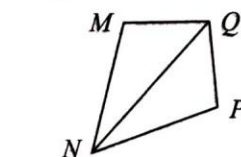
- 15 На чертежа $CB = CD$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ACD$. Намерете периметъра на $ABCD$, ако:

- а) $AC = 11$ cm,
 $P_{\triangle ACD} = 30$ cm;
- б) $AC = 13$ cm,
 $P_{\triangle ABC} = 30$ cm.

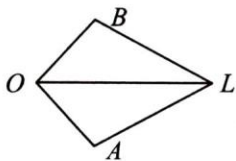


- 16 На чертежа $MQ = PQ$ и $\sphericalangle MQN = \sphericalangle PQN$. Намерете дължината на NQ , ако:

- а) $P_{\triangle MNQ} = 26$ cm,
 $P_{\triangle MPQ} = 32$ cm;
- б) $P_{\triangle NPQ} = 32$ cm,
 $P_{\triangle MPQ} = 50$ cm.

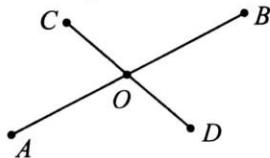


- 17) На чертежа OL е ъглополовяща на $\sphericalangle AOB$ и $OA = OB$. Докажете, че LO е ъглополовяща на $\sphericalangle ALB$.



- 18) На чертежа $AB \cap CD = O$, $AO = OB$ и $CO = OD$. Докажете, че:

- а) $AC \parallel BD$; б) $AD \parallel BC$.



- 19) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ и точките M и M_1 са съответно от страните AB и A_1B_1 . Ако $AM = A_1M_1$, докажете, че:

- а) $\triangle AMC \cong \triangle A_1M_1C_1$;
б) $\triangle BMC \cong \triangle B_1M_1C_1$.

- 20) Докажете, че в два еднакви триъгълника съответните медиани са равни.

- 21) Докажете, че в два еднакви триъгълника съответните ъглополовящи са равни.

- 22) Докажете, че в еднакви триъгълници съответните височини са равни.

- 23) В $\triangle ABC$ CM е медиана. Докажете, че върховете A и B са на равни разстояния от CM .

- 24) В остроъгълния $\triangle ABC$ AH е височина ($H \in BC$). Върху продължението на BC е взета точка M така, че $CM = CA$ (C е между B и M). Докажете, че разстоянието от M до правата AC е равно на AH .

- 25) Докажете, че върховете на даден триъгълник са на равни разстояния от правата, която минава през средите на две от страните му.

- 26) Докажете, че права, която отсича равни отсечки от раменете на даден ъгъл, е

перпендикулярна на ъглополовящата на този ъгъл.

- 27) През върховете на един триъгълник са начертани три прави, успоредни на срещуположните страни. Докажете, че четирите получени триъгълника са еднакви.

- 28) Намерете ъглите на равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$), ако:

- а) $\alpha = 50^\circ 34'$; б) $\gamma = 84^\circ 2'$.

- 29) Намерете ъглите на равнобедрен триъгълник, ако е известно, че един от тях е:

- а) 140° ; б) 52° .

- 30) Намерете ъглите на равнобедрен триъгълник, ако един от външните му ъгли е:

- а) 150° ; б) 50° .

- 31) Намерете страните на равнобедрен триъгълник с периметър 48 cm, ако:

- а) основата му има дължина 12 cm;
б) бедрото му има дължина 20 cm;
в) бедрото му е 2 пъти по-голямо от основата;
г) бедрото му се отнася към основата както 3 : 2.

- 32) Намерете страните на равнобедрен триъгълник с периметър 56 cm, ако:

- а) основата му е 80% от бедрото;
б) основата му е с 20% по-голяма от бедрото;
в) основата му е $33\frac{1}{3}\%$ от бедрото;
г) основата му е $\frac{2}{3}$ от бедрото.

- 33) Намерете ъглите на $\triangle ABC$ ($CA = CB$), ако:

- а) $\sphericalangle A : \sphericalangle C = 4 : 1$; б) $\sphericalangle A = 2 \sphericalangle C$;
в) $\sphericalangle B = \sphericalangle C - 30^\circ$; г) $\sphericalangle B = \frac{1}{3}$ от $\sphericalangle C$.

- 34) Намерете ъглите на $\triangle ABC$ ($CA = CB$), ако:

- а) $\sphericalangle C$ е 3 пъти по-голям от $\sphericalangle B$;
б) $\sphericalangle C$ е с 60% по-голям от $\sphericalangle A$;
в) $\sphericalangle B$ е 40% от $\sphericalangle C$;
г) $\sphericalangle B + \sphericalangle A = \sphericalangle C$.

35) Намерете вътрешните ъгли на $\triangle ABC$ ($CA = CB$), ако:

- а) външният ъгъл при върха A е 110° ;
- б) външният ъгъл при върха C е 80° ;
- в) външният ъгъл при върха B е с 40° по-голям от вътрешния ъгъл при същия връх;
- г) външен ъгъл при основата е с 25% по-голям от външния ъгъл при върха.

36) В равнобедрен триъгълник сборът от вътрешните ъгли и един от външните му ъгли е 300° . Намерете ъглите на триъгълника.

37) В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) $\sphericalangle C = 20^\circ$. Върху лъча AB е взета точка N така, че $BN = BC$ (B е между A и N). Намерете ъглите на $\triangle ANC$.

38) В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) ъглополовящата на $\sphericalangle A$ пресича BC в точка L . Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

- а) $\sphericalangle ALC = 126^\circ$; б) $\sphericalangle ALB = 132^\circ$.

39) Њглополовящите на два от ъглите в триъгълник се пресичат в точка O . Докажете, че точката O е на равни разстояния от трите страни на триъгълника.

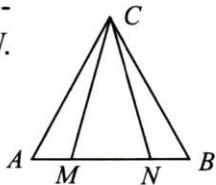
40) $\triangle ABC$ е равнобедрен с основа AB и бедра, равни на 10 cm. Разстоянията от точка P от AB до бедрата на триъгълника са 5 cm и 3 cm. Намерете:

- а) лицето на триъгълника;
- б) височината към бедрото на $\triangle ABC$.

41) В равнобедрен $\triangle ABC$ точката P е от основата му AB . Докажете, че сборът на разстоянията от точката P до бедрата на триъгълника е равен на височината към бедрото му.

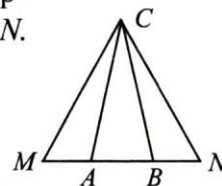
42) За $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е дадено, че $AM = BN$. Докажете, че:

- а) $\triangle AMC \cong \triangle BNC$;
- б) $\triangle ANC \cong \triangle BMC$;
- в) $\triangle MNC$ е равнобедрен.



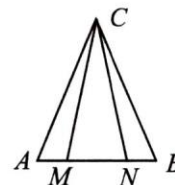
43) За $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е дадено, че $AM = BN$. Докажете, че:

- а) $\triangle AMC \cong \triangle BNC$;
- б) $\triangle ANC \cong \triangle BMC$;
- в) $\triangle MNC$ е равнобедрен.



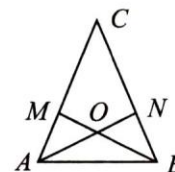
44) За $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е дадено, че $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCN$. Докажете, че:

- а) $\triangle AMC \cong \triangle BNC$;
- б) $\triangle ANC \cong \triangle BMC$;
- в) $\triangle MNC$ е равнобедрен.



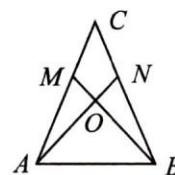
45) За $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е дадено, че $AM = BN$. Докажете, че:

- а) $\triangle ABN \cong \triangle BAM$;
- б) $\triangle ACN \cong \triangle BCM$;
- в) $\triangle AOM \cong \triangle BON$.



46) За $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е дадено, че $\sphericalangle AMB = \sphericalangle BNA$. Докажете, че:

- а) $\triangle ABN \cong \triangle BAM$;
- б) $\triangle ACN \cong \triangle BCM$;
- в) $\triangle AOM \cong \triangle BON$.



47) В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) $\sphericalangle ACB = 70^\circ$. На продължението на BC е взета точка M така, че $BM = 2 BC$ (C е между B и M). Намерете ъглите на $\triangle ABM$.

48) В равнобедрения $\triangle ABC$ AB е основа. На продължението на бедрото AC е взета точка M така, че $CM = CA$ (C е между A и M). Докажете, че $AB \perp BM$.

49) Върху бедрата CA и CB на равнобедрения $\triangle ABC$ са взети съответно точките M и N така, че $CM = CN$. Ако $AN \cap BM = O$, докажете че:

- а) $MN \parallel AB$;
- б) $\triangle ABO$ е равнобедрен;
- в) $\triangle MNO$ е равнобедрен.

50 Докажете, че ъглополовящата на външен ъгъл при върха на равнобедрен триъгълник е успоредна на основата.

51 Докажете, че ако ъглополовящата на външен ъгъл при връх на триъгълник е успоредна на срещулежащата на този връх страна, то триъгълникът е равнобедрен.

52 Върху страните AB и BC на $\triangle ABC$ са взети съответно точките M и N така, че $\sphericalangle ACM = 2 \sphericalangle BMN$. Докажете, че:

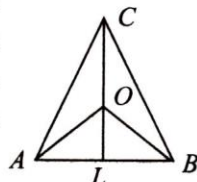
а) ако $\triangle ABC$ е равнобедрен с основа AB , то $\triangle MNC$ е равнобедрен;

б) ако $\triangle MNC$ е равнобедрен с основа MN , то $\triangle ABC$ е равнобедрен.

53 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е равнобедрен с $\sphericalangle ACB = 50^\circ$, а CL е ъглополовяща. Намерете $\sphericalangle AOB$, ако:

а) $\sphericalangle CAO = 40^\circ$;

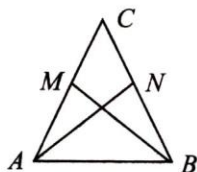
б) $\sphericalangle CBO = 30^\circ$.



54 $\triangle ABC$ на чертежа е равнобедрен, $CA = CB = 8$ см и $AB = 6$ см. Ако $AN = 7$ см и $CM = CN = 4$ см, намерете:

а) $P_{\triangle ABM}$;

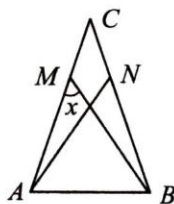
б) $P_{\triangle BCM}$.



55 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) на чертежа е равнобедрен, $AB = BN$ и $BM = AN$. Намерете стойността на x , ако:

а) $\sphericalangle BAN = 55^\circ$;

б) $\sphericalangle ABN = 50^\circ$.



56 Докажете, че един триъгълник е равноностранен, ако външните му ъгли са равни.

57 Докажете, че ако един от ъглите в равнобедрен триъгълник има големина 60° , то той е равноностранен.

58 Докажете, че ако един от външните ъгли на равнобедрен триъгълник е 2 пъти по-голям от вътрешния ъгъл при същия връх, то триъгълникът е равноностранен.

59 $\triangle ABC$ е равноностранен. Точките M и N са съответно от страните CA и CB и $CM : MA = CN : NB$. Докажете, че $\triangle CMN$ е равноностранен.

60 $\triangle ABC$ е равноностранен. Върху страната му AB са взети точки M и N така, че $AM = BN$. Да се намерят ъглите на $\triangle MNC$, ако $\sphericalangle ACM : \sphericalangle MCN = 1 : 4$.

61 $\triangle ABC$ е равноностранен. Върху правата AB са взети точки M и N така, че $MA = AB = BN$.

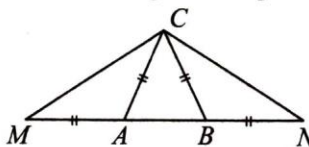
а) Намерете ъглите на $\triangle MNC$.

б) Ако $MN = 36$ см, намерете $P_{\triangle ABC}$.

62 На чертежа е дадено, че $AM = AC = BC = BN$. Ако $\sphericalangle MCN = 120^\circ$, докажете, че:

а) $\triangle MAC \cong \triangle NBC$;

б) $\triangle ABC$ е равноностранен.



63 В равнобедрения $\triangle ABC$ ($CA = CB$) ъглополовящите на ъглите при основата се пресичат в точка O . Докажете, че:

а) ако $\triangle ABC$ е равноностранен, то

$\sphericalangle AOB = 120^\circ$;

б) ако $\sphericalangle AOB = 120^\circ$, то $\triangle ABC$ е равноностранен.

64 В равнобедрения $\triangle ABC$ ($CA = CB$) ъглополовящите на външните ъгли при върховете A и B се пресичат в точка O . Докажете, че ако:

а) $\triangle ABC$ е равноностранен, то $\sphericalangle AOB = 60^\circ$;

б) $\sphericalangle AOB = 60^\circ$, то $\triangle ABC$ е равноностранен.

- 65) $\triangle ABC$ е равностранен. Точката D е външна за $\triangle ABC$ и такава, че $BD = BC$, $\sphericalangle CBD = 20^\circ$ и точките A и D са в различни полуравнини относно правата BC . Намерете $\sphericalangle ADC$.
- 66) $\triangle ABC$ е равностранен. Точката D е външна за $\triangle ABC$ и такава, че $BD = AC$, $\sphericalangle CBD = 40^\circ$ и точките A и D са в една и съща полуравнина относно правата BC . Намерете $\sphericalangle ADC$.
- 67) $\triangle ABC$ е равностранен. Външно за триъгълника са построени равностранните триъгълници ABM , BCN и ACQ .
- Докажете, че $\triangle MNQ$ е равностранен.
 - Ако $P_{\triangle ABC} = 18$ cm, намерете $P_{\triangle MNQ}$.
 - Ако $S_{\triangle MNC} = 48$ cm², намерете $S_{\triangle ABC}$.
- 68) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 5 : 10$. Симетралата на страната AB пресича страната AC в точка Q . Намерете ъглите на:
- $\triangle ABQ$;
 - $\triangle BCQ$.
- 69) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$. Симетралата на страната AC пресича страната AB в точка Q . Намерете ъглите на:
- $\triangle ACQ$;
 - $\triangle BCQ$.
- 70) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 8 : 7$. Симетралата на страната BC пресича страната AC в точка Q . Намерете ъглите на:
- $\triangle BCQ$;
 - $\triangle ABQ$.
- 71) За $\triangle ABC$ е известно, че $AC = 12$ cm и $BC = 7$ cm. Симетралата на страната AB пресича страната AC в точка Q . Намерете $P_{\triangle BCQ}$.
- 72) За $\triangle ABC$ е известно, че $AB = 13$ cm и $BC = 8$ cm. Симетралата на страната AC пресича страната AB в точка Q . Намерете $P_{\triangle BCQ}$.
- 73) В $\triangle ABC$ симетралата на страната AC пресича страната AB в точка Q . Намерете:
- $P_{\triangle QBC}$, ако $P_{\triangle ABC} = 32$ cm и $AC = 14$ cm;
 - $P_{\triangle ABC}$, ако $P_{\triangle QBC} = 22$ cm и $AC = 9$ cm.
- 74) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 25^\circ$ и $\sphericalangle B = 115^\circ$. Симетралите на страните AB и BC пресичат страната AC съответно в точките M и N .
- Намерете ъглите на $\triangle MBN$.
 - Ако $AC = 24$ cm, намерете $P_{\triangle MBN}$.
- 75) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 13$. Симетралите на страните AC и BC пресичат страната AB съответно в точките M и N .
- Намерете ъглите на $\triangle MNC$.
 - Ако $P_{\triangle MNC} = 27$ cm, намерете AB .
- 76) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 11 : 3 : 4$. Симетралите на страните AB и AC пресичат страната BC съответно в точките M и N .
- Намерете ъглите на $\triangle AMN$.
 - Докажете, че $P_{\triangle AMN} = BC$.
- 77) В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 62^\circ$ и AA_1 е височина ($A_1 \in BC$). Симетралата на страната AC пресича височината AA_1 в точка E . Намерете $\sphericalangle ABC$, ако:
- $\sphericalangle CEA_1 = 44^\circ$;
 - $\sphericalangle ECA_1 = 38^\circ$.
- 78) В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 70^\circ$ и CC_1 ($C_1 \in AB$) е височина. Симетралата на страната AC пресича височината CC_1 в точка Q . Намерете $\sphericalangle ABC$, ако:
- $\sphericalangle QCC_1 = 40^\circ$;
 - $\sphericalangle QAC_1 = 40^\circ$.
- 79) В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 48^\circ$ и BB_1 ($B_1 \in AC$) е височина. Симетралата на страната BC пресича височината BB_1 в точка Q . Намерете $\sphericalangle BAC$, ако:
- $\sphericalangle B_1QC = 54^\circ$;
 - $\sphericalangle B_1CQ = 62^\circ$.
- 80) Симетралата на бедрото $BC = 9$ cm на равнобедрения $\triangle ABC$ пресича другото бедро в точка M така, че $AM = \frac{1}{2}MC$. Намерете отсечката MB .
- 81) Симетралите на бедрата на равнобедрен триъгълник се пресичат върху основата му. Намерете ъглите на триъгълника.

- 82) Симетралата на страната AB на $\triangle ABC$ пресича AC в точка N . Ако $\sphericalangle ACB = 120^\circ$ и $\sphericalangle ABN = 20^\circ$, докажете, че BN е ъглополовящата на $\sphericalangle ABC$.
- 83) Симетралата на хипотенузата AB в правоъгълния $\triangle ABC$ пресича катета AC в точка D и $\sphericalangle DBC = 30^\circ$.
а) Намерете острите ъгли на $\triangle ABC$.
б) Докажете, че $AB = 2 BC$.
- 84) Симетралата на бедрото AC в равнобедрения $\triangle ABC$ пресича другото бедро BC в точка N . Намерете основата на триъгълника, ако $AC = 12$ cm и периметърът на $\triangle ABN$ е равен на 21 cm.
- 85) Симетралата на бедрото BC в равнобедрения $\triangle ABC$ пресича другото бедро AC в точка Q . Намерете основата на триъгълника, ако $BC = 18$ cm и периметърът на $\triangle ABQ$ е равен на 28 cm.
- 86) Докажете, че симетралата на всяка хорда в окръжност минава през центъра ѝ.
- 87) Две окръжности с центрове O_1 и O_2 и радиуси r_1 и r_2 се пресичат в точките A и B . Докажете, че:
а) O_1O_2 е симетрала на отсечката AB ;
б) AB е симетрала на отсечката O_1O_2 , ако $r_1 = r_2$.
- 88) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 70^\circ$. Симетралата на страната AB пресича страните AB и AC съответно в точките M и N , а правата BC в точка P . Намерете $\sphericalangle ABC$, ако $\sphericalangle NPC = 30^\circ$.
- 89) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 120^\circ$ и $AB < BC$. Симетралата на страната AC пресича правата AB в точка Q . Намерете острите ъгли на $\triangle ABC$, ако:
а) $\sphericalangle BCQ = 20^\circ$; б) $\sphericalangle AQC = 90^\circ$.
- 90) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 140^\circ$ и $AB < AC$. Симетралата на страната BC пресича правата AB в точка Q . Намерете острите ъгли на $\triangle ABC$, ако:
а) $\sphericalangle CQA : \sphericalangle QAC = 3 : 1$;
б) $\sphericalangle QAC = \sphericalangle QCA + 10^\circ$.
- 91) Дадени са отсечка AB и три точки M, N и P . Ако $MA = MB, NA = NB$ и $PA = PB$, докажете, че точките M, N и P лежат на една права.
- 92) Докажете, че:
а) ъглополовящите на ъглите в триъгълника се пресичат в една точка;
б) симетралите на страните в триъгълника се пресичат в една точка.
- 93) Намерете ъглите, които сключват симетралите на страните AB и AC на $\triangle ABC$, ако:
а) $\alpha = 64^\circ$; б) $\beta + \gamma = 110^\circ$.
- 94) В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) симетралата на BC пресича бедрото AC в точка M , а симетралата на CM пресича бедрото BC в точка N . Намерете:
а) $\sphericalangle MNB$, ако $\sphericalangle AMB = 110^\circ$;
б) $\sphericalangle AMB$, ако $\sphericalangle MNB = 106^\circ$.
- 95) Отсечките AB и A_1B_1 са равни хорди в окръжност с център O . Докажете, че $\sphericalangle AOB = \sphericalangle A_1OB_1$.
- 96) Докажете, че в два еднакви триъгълника медианите към равните страни образуват с тях съответно равни ъгли.
- 97) Точките M и N лежат върху симетралата на отсечката AB . Докажете, че $\triangle AMN \cong \triangle BMN$.
- 98) Докажете, че два равнострани триъгълника са еднакви, ако страна от единия триъгълник е равна на страна от другия.
- 99) Докажете, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако основа и бедро от единия триъгълник са съответно равни на основа и бедро от другия.

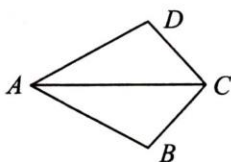
100 Успоредните прави p и q минават през краищата на отсечката PQ . Права m през средата M на PQ пресича p и q съответно в точките A и B .

- а) Докажете, че $\triangle APM \cong \triangle BQM$.
 б) Намерете MA и MB , ако $AB = 11$ cm.

101 Даден е $\triangle ABC$. Върху лъча, противоположен на AB , е взета точка A_1 така, че $AA_1 = AC$. Върху лъча, противоположен на BA , е взета точка B_1 така, че $BB_1 = BC$. Да се намерят ъглите на $\triangle A_1B_1C$, изразени чрез α , β , γ .

102 На чертежа $AB = AD$ и $CB = CD$. Докажете, че:

- а) AC е ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$;
 б) CA е ъглополовяща на $\sphericalangle BCD$;
 в) AC е симетрала на BD ;
 г) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$.



103 Правоъгълният $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) има $\sphericalangle BAC = 30^\circ$, катети a и b и хипотенуза c . Намерете:

- а) c , ако $a = 4,5$ cm;
 б) a , ако $c = 12$ cm;
 в) a и c , ако $a + c = 21$ cm;
 г) a и c , ако $c - a = 13$ cm.

104 $\triangle ABC$ е равностранен с височина AD ($D \in BC$). Ако DQ е разстоянието от точка D до страната AB , намерете:

- а) DQ , ако $AD = 18$ cm;
 б) AD , ако $DQ = 12,5$ cm;
 в) DQ и AD , ако $AD + DQ = 24$ cm;
 г) DQ и AD , ако $AD - DQ = 6$ cm.

105 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) има $\sphericalangle ACB = 120^\circ$, а CD ($D \in AB$) е височина. Намерете:

- а) CD , ако $AC = 14$ cm;
 б) BC , ако $CD = 9$ cm;
 в) CD и AC , ако $CD + BC = 18$ cm;
 г) CD и BC , ако $AC - CD = 11$ cm.

106 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) има $\sphericalangle ACB = 30^\circ$ и височина AD ($D \in BC$). Намерете:

- а) AD , ако $BC = 16$ cm;
 б) $S_{\triangle ABC}$, ако $AD = 10$ cm;
 в) $S_{\triangle ABC}$, ако $AD + AC = 15$ cm;
 г) $S_{\triangle ABC}$, ако $BC - AD = 7$ cm.

107 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) има $\sphericalangle ACB = 150^\circ$ и височина BD ($D \in AC$). Намерете:

- а) $S_{\triangle ABC}$, ако $AC = 16$ cm;
 б) $S_{\triangle ABC}$, ако $BD = 10$ cm;
 в) AC , ако $S_{\triangle ABC} = 49$ cm²;
 г) BD , ако $S_{\triangle ABC} = 36$ cm².

108 В $\triangle ABC$ ($BA = BC$) $\sphericalangle BAC = 15^\circ$, а CD е височина към бедрото AB . Намерете $S_{\triangle ABC}$, ако:

- а) $AB = 16$ cm;
 б) $CD = 6$ cm;
 в) $AB + BC = 20$ cm;
 г) $AB + CD = 18$ cm.

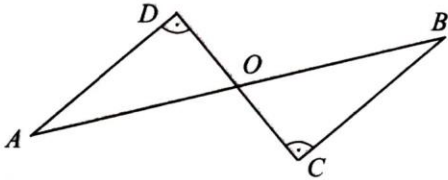
109 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$ и BL ($L \in AC$) е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$. Намерете дължината на AC , ако:

- а) $BL = 10$ cm;
 б) $CL = 8$ cm;
 в) $BL + CL = 12$ cm;
 г) $AL - CL = 6$ cm.

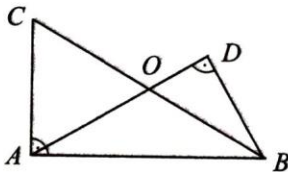
110 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$ и CD ($D \in AB$) е височина. Намерете отношението:

- а) $AD : AC$; б) $CD : CB$;
 в) $AD : DB$; в) $AC : AB$.

- 111) На чертежа $AB \cap CD = O$ и $\sphericalangle AOC = 120^\circ$. Дадено е още, че $\sphericalangle ADO = \sphericalangle BCO = 90^\circ$. Намерете:
- CD , ако $AB = 24$ cm;
 - AB , ако $CD = 13$ cm;
 - CD , ако $AB + CD = 36$ cm;
 - AB , ако $AB - CD = 14$ cm.



- 112) На чертежа $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADB = 90^\circ$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ABD = 60^\circ$. Намерете:
- AC , ако $AD = 15$ cm;
 - AD , ако $AC = 16$ cm;
 - $P_{\triangle AOC}$, ако $AD = 21$ cm;
 - AC , ако $BC - AD = 4$ cm.



- 113) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 1 : 2$ и CL и CP са съответно вътрешната и външната ъглополовящи на ъглите при върха C ($L, P \in AB$). Намерете:
- AB , ако $CL = 10$ cm;
 - PB , ако $AL = 3$ cm;
 - CL , ако $PB = 24$ cm;
 - $PA : AL : LB$.
- 114) В равнобедрения $\triangle ABC$ $\sphericalangle C = 120^\circ$ и височината $CH = 5$ cm. Намерете бедрата.
- 115) В равностранния $\triangle ABC$ точката M е средата на BC . Височината MH ($H \in AB$) на $\triangle ABM$ е равна на 18 cm. Намерете отсечката AM .
- 116) За $\triangle ABC$ е известно, че $AB + BC = 24$ cm, $\sphericalangle A = 30^\circ$ и височината $CH = 6$ cm ($H \in AB$). Намерете периметъра на $\triangle ABC$.

- 117) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle C = 90^\circ$, $\sphericalangle A = 60^\circ$ и AL ($L \in BC$) е ъглополовяща на $\sphericalangle A$. Ако $BC = 18$ cm, намерете отсечките AL , BL и CL .
- 118) Симетралата на хипотенузата AB в правоъгълния $\triangle ABC$ пресича катета AC в точка D и $\sphericalangle DBC = 60^\circ$.
- Намерете острите ъгли на $\triangle ABC$.
 - Докажете, че $AD = 2 BC$.
- 119) В $\triangle ABC$ $\sphericalangle B = 30^\circ$, $\sphericalangle C = 90^\circ$ и $BC = 21$ cm. Њглополовящата на $\sphericalangle A$ пресича BC в точка L . Намерете отсечките AL , BL и CL .
- 120) В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) $\sphericalangle A = 30^\circ$ и CM е медиана. Докажете, че:
- $\triangle MBC$ е равнобедрен;
 - $\triangle ACM$ е равнобедрен;
 - $CM = BC = \frac{1}{2} AB$.
- 121) В правоъгълния $\triangle ABC$ точката M е от хипотенузата AB и $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM$. Докажете, че:
- триъгълниците ACM и BCM са равнобедрени;
 - CM е медиана и $CM = \frac{1}{2} AB$.
- 122) В правоъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle B = 30^\circ$, а хипотенузата $AB = 12$ cm. CH и CM са съответно височината и медианата към хипотенузата.
- Намерете отсечката HM .
 - Докажете, че $AH = \frac{1}{4} AB$.
- 123) Медианата към хипотенузата AB в правоъгълния $\triangle ABC$ е равна на катета BC . Намерете височината към хипотенузата, ако $AC = 15$ cm.
- 124) $\triangle ABC$ е правоъгълен и CM ($M \in AB$) е медиана към хипотенузата AB . Намерете:
- CM , ако $AB = 18$ cm;
 - AB , ако $CM = 7,5$ cm;
 - AB , ако $CM + AB = 30$ cm;
 - CM , ако $AB - CM = 8$ cm.

- 125** $\triangle ABC$ е правоъгълен, CM ($M \in AB$) е медиана към хипотенузата AB . Докажете, че:
- $\sphericalangle A = \sphericalangle MCA$ и $\sphericalangle B = \sphericalangle MCB$;
 - $\triangle AMC$ и $\triangle BMC$ са равнобедрени;
 - $AB : CM = 2 : 1$;
 - $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle BMC}$.

- 126** В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) симетралата на катета AC пресича хипотенузата AB в точка M . Докажете, че CM е медиана в $\triangle ABC$.

- 127** Ако в $\triangle ABC$ симетралата на страната AC пресича страната AB в средата ѝ M , то докажете, че $\sphericalangle ACB = 90^\circ$.

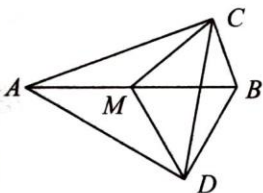
- 128** В $\triangle ABC$ AM ($M \in BC$) е медиана и $BC = 2 AM$. Докажете, че:

- $\sphericalangle A = \sphericalangle B + \sphericalangle C$;
- $\sphericalangle CAM < 90^\circ$.

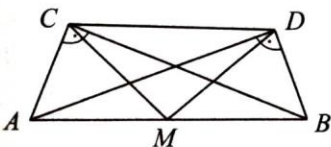
- 129** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ и BM ($M \in AC$) е медиана. Намерете:

- $\sphericalangle MBC$, ако $\sphericalangle BAC = 20^\circ$;
- AC , ако $BM + MC = 14$ cm;
- BM , ако $\sphericalangle ACB = 2 \sphericalangle BAC$ и $BC = 10$ cm;
- BM , ако $AC - BM = 13$ cm.

- 130** На чертежа $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ са правоъгълни с обща хипотенуза AB , $\sphericalangle BAC = 20^\circ$, а $\sphericalangle ABD = 60^\circ$. Ако точката M е средата на AB , намерете ъглите на $\triangle CDM$.



- 131** На чертежа $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ са правоъгълни с обща хипотенуза AB , $\sphericalangle BAC = 70^\circ$, а $\sphericalangle ABD = 60^\circ$. Ако точката M е средата на AB , намерете ъглите на $\triangle CDM$.



- 132** $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ са правоъгълни с обща хипотенуза AB и точките C и D са в различни полуравнини относно правата AB . Точката M е средата на AB . Намерете:

- $P_{\triangle MCD}$, ако $\sphericalangle CAD = 30^\circ$ и $AB = 22$ cm;
- AB , ако $\sphericalangle CBD = 150^\circ$ и $P_{\triangle MCD} = 69$ cm.

- 133** $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ са правоъгълни с обща хипотенуза AB и точките C и D са в една и съща полуравнина относно правата AB . Точката M е средата на AB . Намерете:

- $P_{\triangle MCD}$, ако $\sphericalangle BAC = 50^\circ$, $\sphericalangle ABD = 70^\circ$ и $AB = 44$ cm;
- AB , ако $\sphericalangle BAD = 27^\circ$, $\sphericalangle ABC = 33^\circ$ и $P_{\triangle MCD} = 45$ cm.

- 134** $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ са правоъгълни с обща хипотенуза AB и точките C и D са в различни полуравнини относно правата AB . Точката M е средата на AB . Намерете:

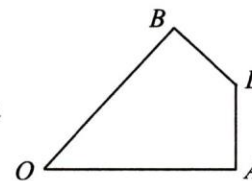
- $S_{\triangle MCD}$, ако $\sphericalangle DAC = 45^\circ$ и $AB = 12$ cm;
- $S_{\triangle MCD}$, ако $\sphericalangle DBC = 135^\circ$ и $AB = 20$ cm;
- AB , ако $\sphericalangle DAC = 45^\circ$ и $S_{\triangle MCD} = 32$ cm²;
- AB , ако $\sphericalangle DBC = 3 \sphericalangle DAC$ и $S_{\triangle MCD} = 12,5$ cm².

- 135** $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ са правоъгълни с обща хипотенуза AB и точките C и D са в една и съща полуравнина относно правата AB . Точката M е средата на AB . Намерете $S_{\triangle MCD}$, ако:

- $\sphericalangle BAD = 20^\circ$, $\sphericalangle ABC = 25^\circ$ и $AB = 16$ cm;
- $\sphericalangle BAD = 65^\circ$, $\sphericalangle ABD = 70^\circ$ и $AB = 24$ cm;
- $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ABC = 45^\circ$ и $AB = 32$ cm;
- $\sphericalangle BAC + \sphericalangle ABD = 135^\circ$ и $AB = 12$ cm.

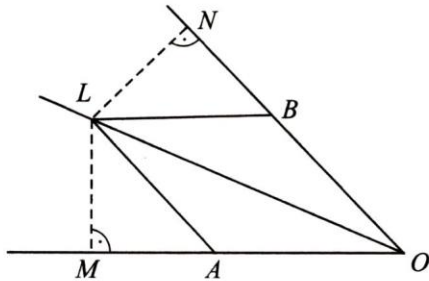
- 136** На чертежа $LA = LB$ и $\sphericalangle OAL = \sphericalangle OBL = 90^\circ$. Докажете, че:

- $\triangle OAL \cong \triangle OBL$;
- OL е ъглополовяща на $\sphericalangle AOB$;
- OL е симетрала на AB ;
- OL е ъглополовяща на $\sphericalangle ALB$.



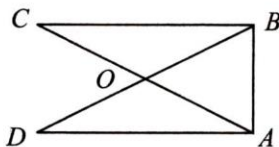
137) На чертежа $LM = LN$, $MA = NB$ и $\sphericalangle AML = \sphericalangle BNL = 90^\circ$. Докажете, че:

- $\triangle AML \cong \triangle BNL$;
- $\triangle AOL \cong \triangle BOL$;
- OL е симетрала на AB ;
- $\triangle MON$ е равнобедрен.



138) На чертежа правоъгълните триъгълници ABC и BAD имат общ катет AB и хипотенузите им AC и BD са равни. Ако $AC \cap BD = O$, докажете, че:

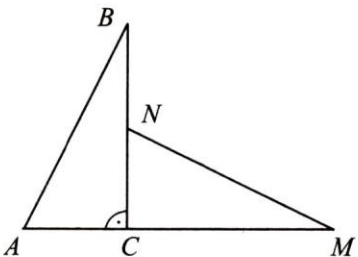
- $\triangle ABC \cong \triangle BAD$;
- $\triangle ABO$ е равнобедрен;
- $\triangle ADO \cong \triangle CBO$;
- $CD \perp AD$ и $CD = AB$.



139) Докажете, че ако два правоъгълни триъгълника са еднакви, то височините към хипотенузите им са равни.

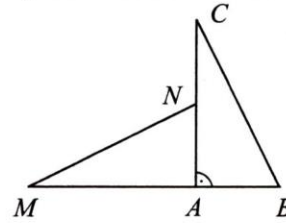
140) На чертежа $AC = CN$, $AB = MN$ и $BC \perp AM$. Ако $CN : MN = 1 : 2$, намерете:

- CN , ако $AB = 16$ cm;
- AC , ако $MN = 10$ cm;
- ъглите на $\triangle ABM$;
- ъглите на $\triangle BMN$.



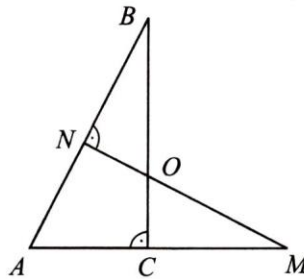
141) На чертежа $AB = AN$, $BC = MN$ и $CA \perp AB$. Ако $\sphericalangle AMN : \sphericalangle ABC = 1 : 2$, намерете:

- AB , ако $MN = 14$ cm;
- BC , ако $AN = 4,5$ cm;
- ъглите на $\triangle MBC$;
- ъглите на $\triangle MNC$.



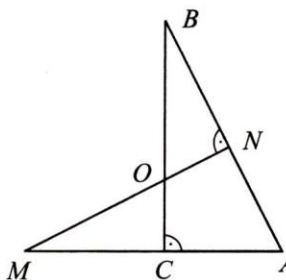
142) На чертежа $AC = AN$, $AB = AM$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ANM = 90^\circ$. Ако $AC = CM$, намерете:

- ъглите на $\triangle AMB$;
- ъглите на $\triangle MBO$;
- $P_{\triangle ABM}$ ако $P_{\triangle ANC} = 24$ cm²;
- $P_{\triangle ANC}$ ако $P_{\triangle ABM} = 30$ cm².



143) На чертежа $AC = AN$, $\sphericalangle MOC = 2 \sphericalangle ABC$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ANM = 90^\circ$. Докажете, че:

- $\triangle ABM$ е равностранен;
- $\sphericalangle BOM = 120^\circ$;
- AO е симетрала на NC ;
- $MB \parallel NC$.



144 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 60^\circ$ и точка N от страната AC е на разстояния, равни на 6 cm, от страните AB и BC . Намерете дължината на отсечката BN .

145 В $\triangle ABC$ точка N е от страната AB и е на разстояния, равни на 13 cm, и от страната CA , и от страната CB . Намерете големината на $\sphericalangle ACB$, ако $CN = 26$ cm.

146 В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) BL е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$ и $CL = 5$ cm. Намерете разстоянието от точка L до AB .

147 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) $AB = 8$ cm и CL е ъглополовяща ($L \in AB$). Ако точка L е на разстояние 2 cm от AC , намерете ъглите на $\triangle ABC$.

148 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) ъглополовящите на ъглите при основата се пресичат в точка O и $\sphericalangle AOB = 135^\circ$. Намерете $S_{\triangle ABC}$, ако $AC = 8$ cm.

149 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) ъглополовящите на ъглите при основата се пресичат в точка O и $\sphericalangle AOB = 135^\circ$. Намерете BC , ако $S_{\triangle ABC} = 24,5$ cm².

150 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) ъглополовящите на ъглите при основата се пресичат в точка O и $\sphericalangle AOB = 105^\circ$. Намерете:

- а) $S_{\triangle ABC}$, ако $AC = 12$ cm;
 б) BC , ако $S_{\triangle ABC} = 16$ cm².

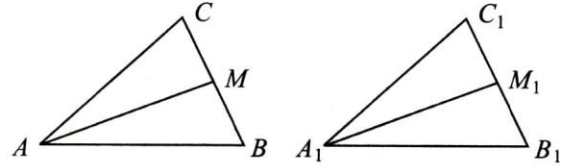
НИВО Б → ЗАДАЧИ ЗА ОТЛИЧНА ПОДГОТОВКА

151 Върху едното рамо на ъгъл с връх O са взети точките A и B , а върху другото – A_1 и B_1 , така че $OA = OA_1$ и $OB = OB_1$. Ако AB_1 и BA_1 се пресичат в точка L , докажете, че:

- а) $\triangle ABL \cong \triangle A_1B_1L$;
 б) OL е ъглополовяща на $\sphericalangle O$.

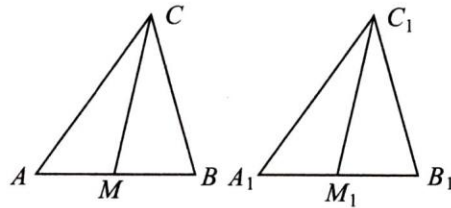
152 За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите AM и A_1M_1 са равни. Ако $BC = B_1C_1$ и $\sphericalangle AMB = \sphericalangle A_1M_1B_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ABM \cong \triangle A_1B_1M_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



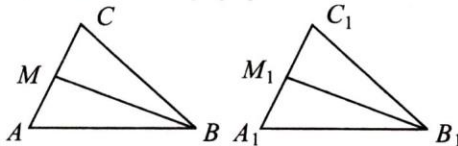
153 За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите CM и C_1M_1 са равни. Ако $AC = A_1C_1$ и $\sphericalangle ACM = \sphericalangle A_1C_1M_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ACM \cong \triangle A_1C_1M_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



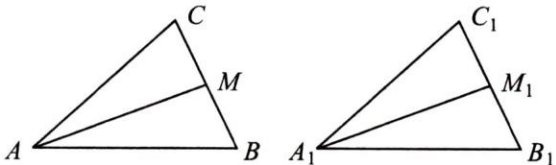
154 За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите BM и B_1M_1 са равни. Ако $\sphericalangle AMB = \sphericalangle A_1M_1B_1$ и $\sphericalangle ABM = \sphericalangle A_1B_1M_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ABM \cong \triangle A_1B_1M_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



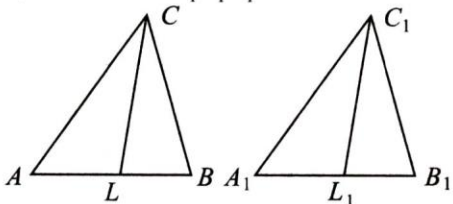
155 За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите AM и A_1M_1 са равни. Ако $\sphericalangle MAC = \sphericalangle M_1A_1C_1$ и $AC = A_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle CAM \cong \triangle C_1A_1M_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



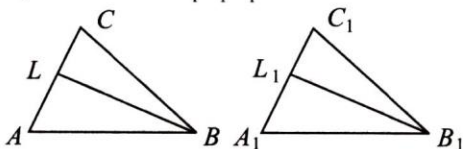
- 156** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че ъглополовящите CL и C_1L_1 са равни. Ако $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$ и $\sphericalangle ALC = \sphericalangle A_1L_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ACL \cong \triangle A_1C_1L_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



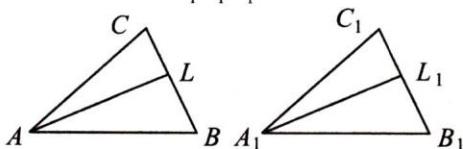
- 157** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че ъглополовящите BL и B_1L_1 са равни. Ако CL и C_1L_1 са равни и $\sphericalangle BLC = \sphericalangle B_1L_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle BCL \cong \triangle B_1C_1L_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



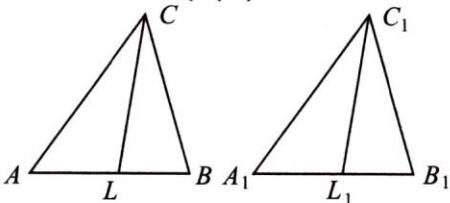
- 158** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че AL и A_1L_1 са ъглополовящи. Ако $BL = B_1L_1$, $\sphericalangle ALB = \sphericalangle A_1L_1B_1$ и $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A_1B_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ABL \cong \triangle A_1B_1L_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



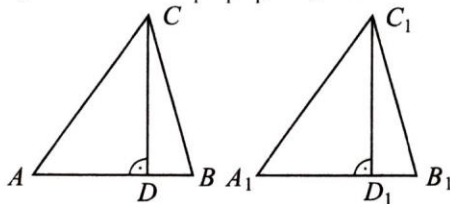
- 159** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че CL и C_1L_1 са ъглополовящи. Ако $AC = A_1C_1$, $AL = A_1L_1$ и $\sphericalangle BAC = \sphericalangle B_1A_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ACL \cong \triangle A_1C_1L_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



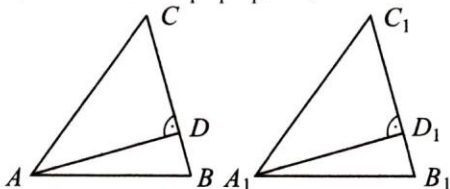
- 160** За остроъгълните триъгълници ABC и $A_1B_1C_1$ е дадено, че височините CD и C_1D_1 са равни. Ако $AD = A_1D_1$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ADC \cong \triangle A_1D_1C_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



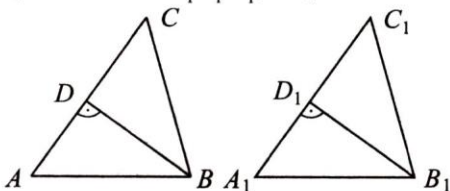
- 161** За остроъгълните триъгълници ABC и $A_1B_1C_1$ е дадено, че височините AD и A_1D_1 са равни. Ако $\sphericalangle CAD = \sphericalangle C_1A_1D_1$ и $BC = B_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ACD \cong \triangle A_1C_1D_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



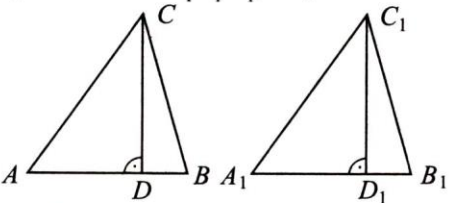
- 162** За остроъгълните триъгълници ABC и $A_1B_1C_1$ е дадено, че височините BD и B_1D_1 са равни. Ако $AD = A_1D_1$ и $CD = C_1D_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ABD \cong \triangle A_1B_1D_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



- 163** За остроъгълните триъгълници ABC и $A_1B_1C_1$ е дадено, че CD и C_1D_1 са височини. Ако $AD = A_1D_1$, $\sphericalangle BAC = \sphericalangle B_1A_1C_1$ и $\sphericalangle ACB = \sphericalangle A_1C_1B_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ACD \cong \triangle A_1C_1D_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



164 За триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ е известно, че $\alpha = \alpha_1$, $\beta = \beta_1$ и ъглополовящите им AL и A_1L_1 (L и L_1 са от страните BC и B_1C_1) са равни. Докажете, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.

165 В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) върху лъча AC^{\rightarrow} е взета точка M така, че точката C е среда на отсечката AM . Ако $\sphericalangle ACB = 80^\circ$, намерете ъглите на $\triangle ABM$.

166 В $\triangle ABC$ AL ($L \in BC$) е ъглополовяща на $\sphericalangle A$. Правата l , успоредна на AB и минаваща през точката L , пресича AC в точка N .

а) Докажете, че $\triangle ALN$ е равнобедрен.

б) Ако $\sphericalangle B = 50^\circ$ и $\sphericalangle C = 60^\circ$, намерете ъглите на $\triangle ALN$.

167 Докажете, че ако ъглополовящата на външен ъгъл в триъгълник е успоредна на страна, то той е равнобедрен.

168 В $\triangle ABC$ CL ($L \in AB$) е ъглополовяща. Правата a е успоредна на CL , минава през точката A и пресича правата BC в точка D . Докажете, че $\triangle DAC$ е равнобедрен.

169 В равнобедрен триъгълник ъглополовящата към бедрото е равна на основата. Намерете ъглите му.

170 Њглополовящата на $\sphericalangle C$ в $\triangle ABC$ пресича AB в точка L . През точката L са прекарани правите LM ($M \in BC$) и LN ($N \in AC$), успоредни съответно на AC и BC . Докажете, че:

а) $LM = MC = CN = NL$;

б) $CL \perp MN$.

171 Даден е $\triangle ABC$. Точките M и N от правата AB са такива, че $AM = AC$, $BN = BC$ и A е между M и B , B е между A и N . Намерете $\sphericalangle MCN$, ако:

а) $\gamma = 90^\circ$; б) $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 50^\circ$.

172 В $\triangle ABC$ CL е ъглополовяща ($L \in AB$). Върху лъча CA^{\rightarrow} е взета точка M така, че $AM = AL$ и точка A е между C и M .

Върху лъча CB^{\rightarrow} е взета точка N така, че $BN = BL$ и точка B е между C и N .

а) Докажете, че ако $\sphericalangle MLC = \sphericalangle NLC$, то $\triangle ABC$ е равнобедрен.

б) Ако $CM = 12$ см и $CN = 14$ см, намерете $P_{\triangle ABC}$.

в) Ако $P_{\triangle ABC} = 30$ см и $\sphericalangle CML = \sphericalangle CNL$, намерете CM .

173 $\triangle ABC$ ($CA = CB$) е равнобедрен. Њглополовящите на външните му ъгли при основата се пресичат в точка O . Върху страните AC и BC са взети съответно точките M и N така, че $\sphericalangle AOM = \sphericalangle BON$. Докажете, че:

а) $\triangle ABO$ е равнобедрен;

б) $\triangle MON$ е равностранен;

в) $CO \perp AB$.

174 Върху бедрото BC на равнобедрения $\triangle ABC$ съществува точка D и тя е такава, че $CD = AD = AB$.

а) Намерете ъглите на $\triangle ABC$.

б) Докажете, че точка D е на равни разстояния от правите AB и AC .

175 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) точката D е средата на AB . Отсечките DM ($M \in AC$) и DN ($N \in BC$) са ъглополовящи съответно в $\triangle ADC$ и $\triangle BDC$.

а) Докажете, че $AN = BM$.

б) Намерете ъглите на $\triangle MND$.

176 $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) е равнобедрен. Медианата към страната AB пресича AB в точка D . Върху правата CD е избрана точка M така, че D е между C и M и $\sphericalangle AMB = 120^\circ$.

а) Докажете, че $\triangle ACM \cong \triangle BCM$.

б) Намерете ъглите на $\triangle AMC$.

177 В равностранния $\triangle ABC$ AH ($H \in BC$) е височина. Върху противоположния лъч на лъча AH^{\rightarrow} е взета точка M така, че $AM = BC$. Намерете ъглите на $\triangle MBC$.

- 178 Даден е равностранният $\triangle ABC$. Върху страните му AB , BC и CA са взети съответно точките M , N и P така, че $AM = BN = CP$. Докажете, че $\triangle MNP$ е равностранен.
- 179 Докажете, че разностранният триъгълник не може да се раздели на два еднакви триъгълника.
- 180 $\triangle ABC$ е равностранен. Точка D е външна за $\triangle ABC$ и такава, че $BD = BA$, $\angle CBD < 90^\circ$ и точките A и D са в различни полуравнини относно правата BC . Намерете $\angle ADC$.
- 181 $\triangle ABC$ е равностранен. Точка D е външна за $\triangle ABC$ и такава, че $BD = BA$, $\angle CBD < 60^\circ$ и точките A и D са в една и съща полуравнина относно правата BC . Намерете $\angle ADC$.
- 182 $\triangle ABC$ е равностранен. Точка Q е вътрешна за $\triangle ABC$. Докажете, че сборът от разстоянията от Q до страните на $\triangle ABC$ не зависи от мястото на точката Q .
- 183 $\triangle ABC$ е остроъгълен. Външно за $\triangle ABC$ са построени равностранните триъгълници BCM и ACN . Докажете, че:
а) $AM = BN$;
б) острият ъгъл между правите AM и BN е 60° .
- 184 В $\triangle ABC$ ъглополовящата на $\angle BAC$ пресича височината BH в точка O , а перпендикуляра към AB , прекаран през точка B , в точката M . Да се докаже, че $\triangle MOB$ е равностранен.
- 185 В $\triangle ABC$ AL ($L \in BC$) е ъглополовяща. През точка L са прекарани прави, успоредни на AB и AC , които пресичат страните AC и AB съответно в точките M и N . Докажете, че правата AL е симетрала на отсечката MN и правата MN е симетрала на отсечката AL .
- 186 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB пресича AC в точка N , през която е прекарана правата l , успоредна на AB . Докажете, че ъглополовящата на външния ъгъл при върха N на $\triangle ABN$ лежи на правата l .
- 187 През пресечната точка O на ъглополовящите на $\angle A$ и $\angle B$ в $\triangle ABC$ е прекарана права, успоредна на страната AB , която пресича AC и BC съответно в точките A_1 и B_1 . Докажете, че:
а) $\triangle AOA_1$ и $\triangle BOB_1$ са равнобедрени;
б) $A_1B_1 = AA_1 + BB_1$.
- 188 Докажете, че симетралата на който и да е катет в правоъгълния триъгълник разполюва хипотенузата му.
- 189 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB пресича страната BC в точка D и AD е височина. Ако $\angle CAD = 32^\circ$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 190 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB пресича страната AC в точка D и BD е височина. Ако $\angle DBC : \angle DCB = 1 : 2$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 191 В $\triangle ABC$ симетралата на страната BC пресича страната AC в точка D и $BD \perp AC$. Ако $\angle ABD : \angle ACB = 1 : 3$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 192 В $\triangle ABC$ симетралата на страната BC пресича страната AB в точка D и $CD \perp AB$. Ако $\angle ACD = \frac{2}{3}$ от $\angle DCB$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 193 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AC пресича страната AB в точка D и CD е височина. Ако $\angle ACD : \angle BCD = 3 : 2$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 194 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AC пресича страната BC в точка D и $AD \perp BC$. Ако $\angle BAD = \frac{5}{9}$ от $\angle ACB$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 195 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AC пресича страната BC в точка L и AL е ъгло-

половяща на $\sphericalangle BAC$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) $\sphericalangle ALB = 72^\circ$; б) $\sphericalangle ALB = \sphericalangle ACB + 40^\circ$.

196 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AC пресича страната AB в точка L и CL е ъглополовяща на $\sphericalangle ACB$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) $\sphericalangle CLB = 88^\circ$; б) $\sphericalangle ACB : \sphericalangle ABC = 2 : 3$.

197 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB пресича страната AC в точка L и BL е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) $\sphericalangle BLC = 66^\circ$; б) $\sphericalangle ALB : \sphericalangle CLB = 3 : 2$.

198 В $\triangle ABC$ симетралата на страната AB пресича страната BC в точка L и AL е ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) $\sphericalangle ALB = 130^\circ$; б) $\sphericalangle BAL : \sphericalangle ALB = 1 : 4$.

199 В $\triangle ABC$ симетралата на страната BC пресича страната AB в точка L и CL е ъглополовяща на $\sphericalangle ACB$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) $\sphericalangle BLC = 82^\circ$; б) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ABC - 20^\circ$.

200 В $\triangle ABC$ симетралата на страната BC пресича страната AC в точка L и BL е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) $\sphericalangle BAC : \sphericalangle ALB = 3 : 2$;
б) $\sphericalangle ALB : \sphericalangle CAB = 1 : 3$.

201 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) $\sphericalangle ABC = 70^\circ$. Симетралата на страната AC пресича правата AB в точка M . Върху правата MC е взета точка N така, че $CN = BM$ и C е между M и N . Намерете ъглите на $\triangle AMN$.

202 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 5 : 2$. Симетралата на страната BC пресича правата AB в точка M . Върху правата MC е взета точка N така, че $CN = AM$ и точка C е между точките M и N . Намерете ъглите на $\triangle MBN$.

203 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB > 90^\circ$. Симетралите на страните AC и BC се пресичат в точка O и пресичат страната AB съответно в точките M и N . Докажете, че:

- $\triangle AOB$ е равнобедрен;
- $\triangle AMO \cong \triangle CMO$;
- $\triangle BNO \cong \triangle CNO$;
- CO е ъглополовяща на $\sphericalangle MCN$.

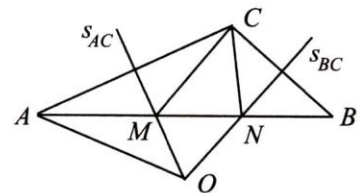
204 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC > 90^\circ$. Симетралите на страните AB и BC се пресичат в точка O и пресичат страната AC съответно в точките M и N . Докажете, че:

- $\triangle AOC$ е равнобедрен;
- $\triangle AMO \cong \triangle BMO$;
- $\triangle BNO \cong \triangle CNO$;
- BO е ъглополовяща на $\sphericalangle MBN$.

205 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) симетралата на BC пресича бедрото AC в точка M , а симетралата на CM пресича бедрото BC в точка N . Докажете, че $\sphericalangle AMB = \sphericalangle MNB$.

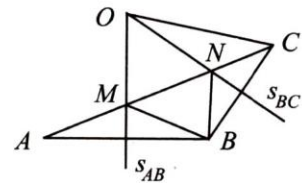
206 На чертежа симетралите на страните AC и BC на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O и $\sphericalangle MCN = 60^\circ$. Намерете големината на:

- $\sphericalangle MAO$;
- $\sphericalangle MON$.



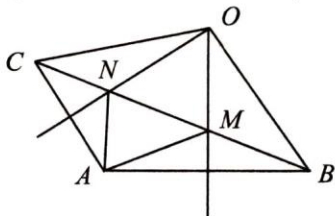
207 На чертежа симетралите на страните AB и BC на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O и $\sphericalangle MBN = 70^\circ$. Намерете големината на:

- $\sphericalangle NCO$;
- $\sphericalangle MON$.



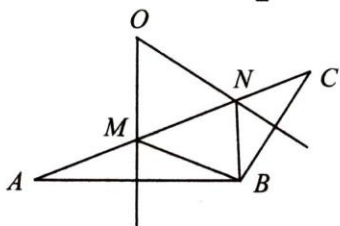
- 208** На чертежа симетралите на страните AB и AC на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O и $\sphericalangle MAN = 84^\circ$. Намерете големината на:

- а) $\sphericalangle BOC$; б) $\sphericalangle MON$.



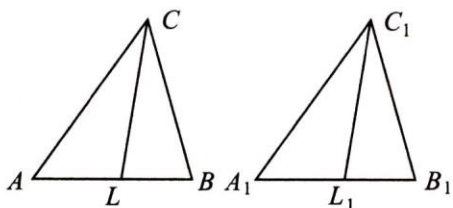
- 209** На чертежа симетралите на страните AB и BC на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O . Докажете, че:

- а) $\sphericalangle MON = 180^\circ - \sphericalangle ABC$;
 б) $\sphericalangle MON = 90^\circ - \frac{1}{2} \sphericalangle MBN$.



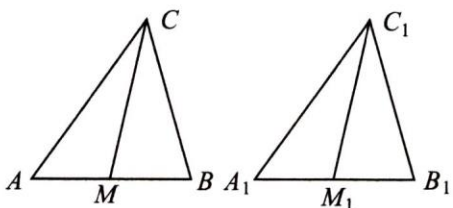
- 210** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че ъглополовящите CL и C_1L_1 са равни. Ако $AC = A_1C_1$ и $AL = A_1L_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ALC \cong \triangle A_1L_1C_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



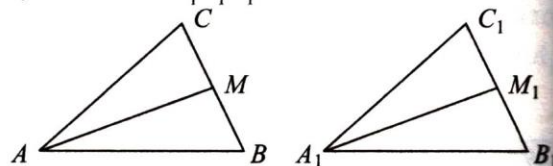
- 211** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите CM и C_1M_1 са равни. Ако $AB = A_1B_1$ и $AC = A_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle AMC \cong \triangle A_1M_1C_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



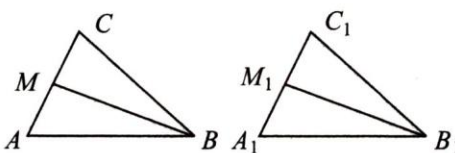
- 212** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите AM и A_1M_1 са равни. Ако $AC = A_1C_1$ и $CM = C_1M_1$, докажете, че:

- а) $\triangle AMC \cong \triangle A_1M_1C_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



- 213** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че медианите BM и B_1M_1 са равни. Ако $AB = A_1B_1$ и $MC = M_1C_1$, докажете, че:

- а) $\triangle ABM \cong \triangle A_1B_1M_1$;
 б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



- 214** Докажете, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако бедро и медиана към него от единия триъгълник са съответно равни на бедро и медиана към него от другия триъгълник.

- 215** Докажете, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, ако $\alpha = \alpha_1$, $\beta = \beta_1$ и $c + a = c_1 + a_1$.

- 216** Докажете, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, ако $\alpha = \alpha_1$, $\beta = \beta_1$ и $a + b + c = a_1 + b_1 + c_1$.

- 217** В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$. Симетралата на страната AB пресича страните AB , BC и правата AC съответно в точките M , Q и N . Намерете:

- а) $P_{\triangle CMQ}$, ако $P_{\triangle BQN} = 50$ cm;
 б) $P_{\triangle BQN}$, ако $P_{\triangle CMQ} = 34$ cm;
 в) $P_{\triangle CMQ}$, ако $P_{\triangle BQN} + P_{\triangle CMQ} = 60$ cm;
 г) $P_{\triangle BQN}$, ако $P_{\triangle BQN} - P_{\triangle CMQ} = 18$ cm.

- 218** В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) AL ($L \in BC$) е ъглополовяща. Докажете, че:

- а) ако $AL = BL = 2CL$, то $\sphericalangle B = 30^\circ$;
 б) ако $\sphericalangle B = 30^\circ$, то $AL = BL = 2CL$.

219 Ъглополовящата AL и височината CH на правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) се пресичат в точка N и $AN = CN$. Докажете, че:

- а) $\sphericalangle ABC = 30^\circ$;
 б) $CN = 2NH$.

220 Един от ъглите на триъгълник е равен на разликата на двата, несъседни нему, външни ъгла. Докажете, че триъгълникът е правоъгълен.

221 Ако една от страните на триъгълник е 2 пъти по-голяма от втора страна и ъгълът, заключен между тях, е равен на 60° , то този триъгълник е правоъгълен (Признак за правоъгълен триъгълник).

222 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$. Височината CD ($D \in AB$) пресича ъглополовящата AL ($L \in BC$) в точка O . Намерете:

- а) CD , ако $AL = 16$ cm;
 б) AL , ако $CD = 12$ cm;
 в) $P_{\triangle COL}$, ако $BC = 18$ cm;
 г) BC , ако $CD = 21$ cm.

223 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 1 : 8$. Симетралите на страните AC и BC пресичат страната AB съответно в точките M и N . Докажете, че:

- а) $AM : NB = 1 : 2$;
 б) $MC = 50\%$ от NB ;
 в) $S_{\triangle BNC} = 2 S_{\triangle AMC}$;
 г) $P_{\triangle MNC} = AB$.

224 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 7$. Симетралите на страните AC и BC пресичат страната AB съответно в точките M и N . Докажете, че:

- а) $P_{\triangle MNC} = AB$;
 б) $S_{\triangle ANC} = 3 S_{\triangle MNC}$;
 в) $AM : MN = 2 : 1$;
 г) $NB = \frac{1}{2}$ от AC .

225 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 8 : 3$. Симетралите на страните AB и BC пресичат стра-

ната AC съответно в точките M и N . Докажете, че:

- а) $BM + BN = AM + CN$;
 б) $S_{\triangle AMB} = 2 S_{\triangle NCB}$;
 в) $AM : NC = 2 : 1$;
 г) $BM = BN + NC$.

226 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ и $AB = 2 BC$. Симетралата на AB пресича страните AB и AC съответно в точките M и N . Докажете, че:

- а) $\sphericalangle ABC = 60^\circ$;
 б) $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle MBC}$;
 в) BN е симетрала на MC ;
 г) $S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} = 1 : 3$.

227 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ и $AB = 2 AC$. Симетралата на AB пресича страните AB и BC съответно в точките M и N . Докажете, че:

- а) AN е симетрала на CM ;
 б) $\triangle AMC$ е равностранен;
 в) $S_{\triangle BMC} : S_{\triangle ABC} = 1 : 2$;
 г) $S_{\triangle BMN} = 50\%$ от $S_{\triangle AMNC}$.

228 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$ и симетралата на страната AB пресича страната AC в точка Q . Ако $CQ = m$ и $BC = n$, докажете, че:

- а) $P_{\triangle ABC} = 3m + 3n$;
 б) $S_{\triangle ABQ} = m \cdot n$;
 в) $S_{\triangle ABC} = 1,5mn$;
 г) $P_{\triangle ABQ} = 4m + 2n$.

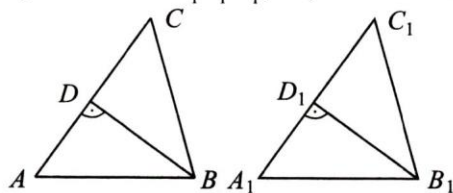
229 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 1 : 3$, $AC = m$ и $BC = n$. Точка Q от правата CA е такава, че $AQ = AB$ и A е между C и Q . Докажете, че:

- а) $S_{\triangle ABC} = 0,5mn$;
 б) $S_{\triangle QCB} = 1,5mn$;
 в) $P_{\triangle ABC} = 3m + n$;
 г) $S_{\triangle ABQ} = mn$.

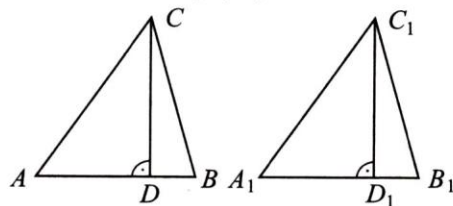
- 230** Отсечката CM е медиана в $\triangle ABC$ ($M \in AB$). Докажете, че:
- ако $\sphericalangle C = 90^\circ$, то $CM = \frac{1}{2} AB$;
 - ако $CM = \frac{1}{2} AB$, то $\sphericalangle C = 90^\circ$.
- 231** Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ ($\alpha > \beta$). Отсечките CH , CL и CM са съответно височина, ъглополовяща и медиана към хипотенузата AB . Докажете, че:
- $\sphericalangle HCL = \alpha - 45^\circ = \frac{\alpha - \beta}{2}$;
 - $\sphericalangle HCM = \alpha - \beta$;
 - $\sphericalangle LCM = \frac{\alpha - \beta}{2} = \sphericalangle LCH$.
- 232** Страната AB на $\triangle ABC$ е диаметър на окръжност, която пресича страните AC и BC съответно в точките B_1 и A_1 . Докажете, че AA_1 и BB_1 са височини в $\triangle ABC$.
- 233** Докажете, че височината към хипотенузата в правоъгълен триъгълник с ъгъл 15° е 4 пъти по-малка от хипотенузата.
- 234** Даден е правоъгълен триъгълник с хипотенуза c и височина към хипотенузата h_c . Ако $c = 4h_c$, докажете, че един от острите ъгли на триъгълника е 15° .
- 235** В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 40^\circ$ и височините AA_1 и CC_1 се пресичат в точка H . Ако точка M е среда на BH , намерете ъглите на $\triangle A_1C_1M$.
- 236** В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 50^\circ$ и височините BB_1 и CC_1 се пресичат в точка H . Ако точка M е средата на AH , намерете ъглите на $\triangle B_1C_1M$.
- 237** В остроъгълния $\triangle ABC$ AA_1 и BB_1 са височини и $AB = 2A_1B_1$. Ако точка M е средата на AB , намерете ъглите на $\triangle A_1B_1M$.
- 238** В остроъгълния $\triangle ABC$ BB_1 и CC_1 са височини и $BC = 2B_1C_1$. Ако точка M е средата на BC и $BC = 32$ cm, намерете $P_{\triangle B_1C_1M}$.
- 239** В остроъгълния $\triangle ABC$ AA_1 и CC_1 са височини и $AC = 2A_1C_1$. Ако точка M е средата

на AC и $P_{\triangle A_1C_1M} = 36$ cm, намерете дължината на AC .

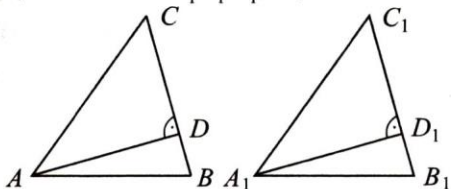
- 240** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 120^\circ$ и точка M е средата на AB . Ако AA_1 и BB_1 са височини, намерете ъглите на $\triangle A_1B_1M$.
- 241** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 120^\circ$ и точка M е средата на AC . Ако AA_1 и CC_1 са височини и $AC = 26$ cm, намерете $P_{\triangle A_1C_1M}$.
- 242** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle B + \sphericalangle C = \frac{1}{2}\sphericalangle A$ и точка M е средата на BC . Ако BB_1 и CC_1 са височини и $P_{\triangle B_1C_1M} = 42$ cm, намерете дължината на BC .
- 243** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 135^\circ$ и точка M е средата на AB . Ако AA_1 и BB_1 са височини, намерете ъглите на $\triangle A_1B_1M$.
- 244** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A + \sphericalangle C = 45^\circ$ и точка M е средата на AC . Ако AA_1 и CC_1 са височини и $AC = 20$ cm, намерете $S_{\triangle A_1C_1M}$.
- 245** В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 3\sphericalangle B + 3\sphericalangle C$ и точка M е средата на BC . Ако BB_1 и CC_1 са височини и $S_{\triangle B_1C_1M} = 72$ cm², намерете дължината на BC .
- 246** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че височините BD и B_1D_1 са равни. Ако $AB = A_1B_1$ и $\sphericalangle DBC = \sphericalangle D_1B_1C_1$, докажете, че:
- $\triangle ABD \cong \triangle A_1B_1D_1$;
 - $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



- 247** За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че височините CD и C_1D_1 са равни. Ако $AC = A_1C_1$ и $BD = B_1D_1$, докажете, че:
- $\triangle ACD \cong \triangle A_1C_1D_1$;
 - $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



- 248 За $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ е дадено, че височините AD и A_1D_1 са равни. Ако $AC = A_1C_1$ и $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A_1B_1C_1$, докажете, че:
а) $\triangle ACD \cong \triangle A_1C_1D_1$; б) $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.



- 249 Докажете, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако хипотенузата и височината към нея на единия триъгълник са съответно равни на хипотенузата и височината към нея на другия.
- 250 Докажете, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни бедра и височини към основата.
- 251 Докажете, че два остроъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни по две страни и височини към третата страна.
- 252 Докажете, че два равнобедрени остроъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни бедро и височина към него.
- 253 Докажете, че два остроъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни страна и височини към другите две страни.
- 254 Докажете, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни катет и ъглополовяща на прилежащия към него остър ъгъл.
- 255 Докажете, че един триъгълник е равнобедрен тогава и само тогава, когато две от височините му са равни.
- 256 Докажете, че един триъгълник е равнобедрен тогава и само тогава, когато две от ъглополовящите му са равни.
- 257 Докажете, че един триъгълник е равнобедрен тогава и само тогава, когато две от медианите му са равни.

- 258 Дадени са триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ с тъпи ъгли при върховете A и A_1 . Ако $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и височините им $CD = C_1D_1$, то $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.

- 259 Докажете, че два тъпоъгълни равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни основи и височини към едно от бедрата.

- 260 В правоъгълния $\triangle ABC$ CM ($M \in AB$) е медиана към хипотенузата. Докажете, че $\triangle AMC$ е равностранен, ако:

- ъглополовящата на $\sphericalangle A$ е перпендикулярна на медианата CM ;
- ъглополовящата на $\sphericalangle A$ пресича медианата CM в средата ѝ (N).
- симетралата на медианата CM минава през точка A .

- 261 Докажете, че ако средата на една от страните на триъгълник е на равни разстояния от другите две страни, то триъгълникът е равнобедрен.

- 262 Ъглополовящите на два от външните ъгли на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O . Докажете, че точката O е на равни разстояния от правите AB , BC и CA .

- 263 В $\triangle ABC$ ($AB > BC$) $\sphericalangle A = 60^\circ$. Върху правата BC е взета точка N така, че $\sphericalangle BAN = \sphericalangle ACB$.

- Намерете $\sphericalangle ANC$.
- Ако $\sphericalangle ACN = 4\sphericalangle CAN$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- Ако $\sphericalangle ACN = 3\sphericalangle CAN$, докажете, че $BC = 3CN$.

- 264 В $\triangle ABC$ ($AC = BC$) $\sphericalangle ABC = 60^\circ$. Ъглополовящите AA_1 и BB_1 се пресичат в точка O . Докажете, че:

- $\triangle A_1OB$ е равнобедрен;
- $BA_1 < \frac{1}{2}AC$.

- 265** Равнобедреният $\triangle ABC$ има основа $AB = c$ cm и $\sphericalangle C = 120^\circ$. Точката M лежи на основата AB , като $AM : MB = 1 : 2$.
- Да се намери CM .
 - Да се докаже, че височината в $\triangle ABC$, спусната от върха A , е 3 пъти по-голяма от височината в $\triangle AMC$, спусната от върха M .
- 266** Ъглополовящата на външния ъгъл при върха C на $\triangle ABC$ лежи на правата l . Докажете, че:
- ако $l \parallel AB$, то $\triangle ABC$ е равнобедрен;
 - ако $\triangle ABC$ ($AC = BC$) е равнобедрен, то $l \parallel AB$.
- 267** В остроъгълния $\triangle ADC$ CD е височина и $\sphericalangle A = 45^\circ$.
- Ако $DH = 6$ cm е височина в $\triangle ABC$, спусната от върха D към страната AC , намерете дължината на страната AC .
 - Ако точка M от страната BC е такава, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$, докажете, че $AM \perp BC$.
- 268** В $\triangle ABC$ $a : b : c = 3 : 4 : 5$ и $P_{\triangle ABC} = 48$ cm. Ъглополовящите AL_1 и BL_2 се пресичат в точка O , като разстоянието от нея до страната AB е 4 cm. Намерете лицето на $\triangle AOC$.
- 269** В $\triangle ABC$ $a : b : c = 3 : 4 : 5$ и $P_{\triangle ABC} = 72$ cm. Ъглополовящите AL_1 и CL_3 се пресичат в точка O и разстоянието от нея до страната AC е 6 cm. Намерете $S_{\triangle AOC}$, $S_{\triangle BOC}$, $S_{\triangle AOB}$ и $S_{\triangle ABC}$.
- 270** Ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ACB$ в $\triangle ABC$ се пресичат в точка O , която е на разстояние 2 cm от страната AB . Намерете лицето на $\triangle ABC$, ако $P_{\triangle ABC} = 30$ cm.
- 271** В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$ се пресичат в точка O . Разстоянието от точка O до страната BC е 2 cm и $AB = 10$ cm. Намерете:
- $P_{\triangle ABC}$; б) $S_{\triangle ABC}$;
 - $S_{\triangle AOB} : S_{\triangle ABC}$.
- 272** В $\triangle ABC$ $\beta = \alpha + \gamma$. Ъглополовящите на два от вътрешните ъгли на триъгълника се пресичат в точка O . Разстоянието от точка O до страната AB е 2 cm и $AC = 13$ cm. Намерете:
- $P_{\triangle ABC}$; б) $S_{\triangle ABC}$;
 - $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle ABC}$.
- 273** Ъглополовящите на външните ъгли при върховете B и C на $\triangle ABC$ се пресичат в точка O . Ако точките Q и E са петите на перпендикулярите, спуснати от точка O съответно към правите AB и AC , докажете, че:
- AO е ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$;
 - $AQ = AE$;
 - $BC = BQ + CE$;
 - $P_{\triangle ABC} = AQ + AE$.
- 274** В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) AL и BN са ъглополовящи. Ако точките L_1 и N_1 са петите на перпендикулярите, спуснати от точките L и N към хипотенузата AB , намерете големината на $\sphericalangle N_1CL_1$.
- 275** В остроъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle A < \sphericalangle B$) ъглополовящата CL пресича медианата BM в точка Q . Ако $BQ = QM$, докажете, че:
- $AC = 2 BC$;
 - $CL \perp BM$;
 - $S_{\triangle AQM} = S_{\triangle ABQ}$;
 - $S_{\triangle ABC} = 2 S_{\triangle AQC}$.
- 276** В остроъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle A < \sphericalangle B$) ъглополовящата BL пресича медианата CM в точка Q . Ако $CQ = QM$, докажете, че:
- $\triangle MQB \cong \triangle CQB$;
 - $AB : BC = 2 : 1$;
 - BL е симетрала на CM ;
 - $S_{\triangle ABQ} = 50\%$ от $S_{\triangle ABC}$.

- 277 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) ъглополовящите на ъглите при основата се пресичат в точка O и $\sphericalangle AOB = 165^\circ$. Намерете:
- $S_{\triangle ABC}$, ако $AC = 20$ cm;
 - BC , ако $S_{\triangle ABC} = 49$ cm².
- 278 Докажете, че един триъгълник е равнобедрен тогава и само тогава, когато медианата и височината през един от върховете му съвпадат.
- 279 Докажете, че един триъгълник е равнобедрен тогава и само тогава, когато ъглополовящата и височината през един от върховете му съвпадат.
- 280 Докажете, че един триъгълник е равнобедрен тогава и само тогава, когато медианата и ъглополовящата през един от върховете му съвпадат.
- 281 В $\triangle ABC$ $AC : BC : AB = 3 : 3 : 5$ и $P_{\triangle ABC} = 22$ cm. Отсечките CM и CN ($M, N \in AB$) са перпендикулярни съответно на ъглополовящите AL_1 и BL_2 . Намерете дължината на отсечката MN .
- 282 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) симетралата на основата AB пресича ъглополовящата на $\sphericalangle BAC$ в точка P и симетралата на страната AC в точка Q ($Q \neq P$). Ако точките P и Q са на равни разстояния от страната AB , намерете ъглите на $\triangle ABC$.
- 283 В $\triangle ABC$ ($CA = CB$) $\sphericalangle ACB = 120^\circ$. Върху страната AB е взета точка M така, че $BM = 2 AM$. Ако CD е височина в $\triangle ABC$, докажете, че:
- CM е ъглополовяща на $\sphericalangle ACD$;
 - $CM \perp CB$.
- 284 В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) AL е ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$ ($L \in BC$). Върху отсечката BL е взета точка Q така, че $CL = LQ$. През точка Q е построена права, успоредна на AC , която пресича AB в точка P . Докажете, че PL е ъглополовяща на $\sphericalangle APQ$.
- 285 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ и $\sphericalangle ABC > 90^\circ$. Ако AA_1 и CC_1 са височини на $\triangle ABC$, докажете, че A_1C_1 е ъглополовяща на външния ъгъл при върха A_1 на $\triangle AA_1C$.
- 286 В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 45^\circ$ и CH е височина. Върху страната BC е взета точка M така, че MH е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$. Докажете, че $AM \perp BC$.
- 287 В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle BAC = 45^\circ$, а AA_1 и CC_1 са височини. Докажете, че A_1C_1 е ъглополовяща на $\sphericalangle AA_1B$.
- 288 В $\triangle ABC$ AC е най-голямата страна и AL е ъглополовяща на $\sphericalangle BAC$. Върху страната AC е взета точка Q така, че $\sphericalangle QLC = \sphericalangle BAC$. Докажете, че $LB = LQ$.
- 289 В $\triangle ABC$ ($AB \neq AC$) ъглополовящите BN ($N \in AC$) и CQ ($Q \in AB$) се пресичат в точка M . Ако $MN = MQ$, докажете, че $\sphericalangle BAC = 60^\circ$.
- 290 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ACB = 120^\circ$ и AL_1, BL_2 и CL_3 са ъглополовящи. Докажете, че $\triangle L_1L_2L_3$ е правоъгълен.

НИВО В → ЗАДАЧИ ЗА СЪСТЕЗАНИЯ

- 291 Точката O е общ център на окръжностите $k(O; r)$ и $k_1(O; r_1)$ с различни радиуси. Едното рамо на ъгъл с връх O пресича окръжностите k и k_1 съответно в точките A и A_1 , а другото – в точките B и B_1 . Докажете, че:
- $\triangle OAB_1 \cong \triangle OBA_1$;
 - $\triangle AA_1L \cong \triangle BB_1L$, където $L = AB_1 \cap BA_1$;
 - лъчът OL е ъглополовяща на $\sphericalangle O$.
- 292 В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 45^\circ$ и AH ($H \in BC$) е височина. Симетралата на страната AC пресича AH в точка M и AB в точка D . Докажете, че:
- CD е перпендикулярна на AB ;
 - CD е ъглополовяща на $\sphericalangle MCH$.

- 293 В $\triangle ABC$ през средата C_1 на страната AB са прекарани прави, успоредни на страните BC и AC , които пресичат AC и BC съответно в точките B_1 и A_1 .
- Докажете, че отсечките A_1B_1 , B_1C_1 и C_1A_1 разделят $\triangle ABC$ на четири еднакви триъгълника.
 - Намерете периметъра на $\triangle A_1B_1C_1$, ако периметърът на $\triangle ABC$ е 50 cm.
- 294 В $\triangle ABC$ точка N ($N \in AB$) е такава, че $CA + AN = CB + BN$. Докажете, че този триъгълник е равнобедрен, ако:
- CN е медиана;
 - CN е ъглополовяща;
 - CN е височина.
- 295 В остроъгълния $\triangle ABC$ височината CD и ъглополовящата BL се пресичат в точка N . През върха C е прекарана права, перпендикулярна на BC , която пресича BL в точка M . Докажете, че $\triangle MNC$ е равнобедрен.
- 296 Върху страните на $\triangle ABC$ и извън него са построени равностранни триъгълници ABP , BCM и CAN . Докажете, че:
- $\triangle AMC \cong \triangle NBC$; $\triangle AMB \cong \triangle PCB$;
 - $AM = BN = CP$.
- 297 Докажете, че ако две страни и медиана към третата страна на един триъгълник са съответно равни на две страни и медиана към третата страна на друг триъгълник, то двата триъгълника са еднакви.
- 298 В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) CH е височина. Върху страната AC е взета точка M така, че $CM = CH$. През точка M е прекарана права, перпендикулярна на AC , която пресича AB в точка N . Докажете, че:
- $BN = BC$;
 - ако $AN = 2NH$, то $MH = CH$.
- 299 В правоъгълния $\triangle ABC$ височината CH към хипотенузата AB ($H \in AB$) пресича ъглополовящата BL ($L \in AC$) в точка P така, че $CP = BP$. Докажете, че $CP = 2PH$ и $AL = 2CL$.
- 300 Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ с хипотенуза $AB = 12$ cm и $\sphericalangle A = 75^\circ$. Точката N от AB е такава, че $NB = NC$. Намерете дължината на отсечката AH ($H \in CN$), ако тя е перпендикулярна на CN .
- 301 Височината и медианата, построени през един връх на триъгълник, разделят ъгъла при този връх на три равни части. Да се намерят ъглите на триъгълника.
- 302 Точка P е вътрешна за $\sphericalangle AOB$, а точките M и N са такива, че правите OA и OB са симетрала на отсечките PM и PN . Докажете, че:
- ако $\sphericalangle AOB$ е остър, то $\sphericalangle MON = 2\sphericalangle AOB$;
 - ако $\sphericalangle AOB$ е прав, то $\sphericalangle MON = 180^\circ$, т.е. точките M , O и N лежат на една права;
 - ако $\sphericalangle AOB$ е тъп, то $\sphericalangle MON = 360^\circ - 2\sphericalangle AOB$.
- 303 В $\triangle ABC$ с $\sphericalangle A = 45^\circ$ AA_1 и CC_1 са височини ($A_1 \in BC$, а $C_1 \in AB$). Докажете, че:
- A_1C_1 е ъглополовяща на $\sphericalangle AA_1B$;
 - $\sphericalangle CAA_1 = \sphericalangle CC_1A_1$.
- 304 Височините CC_1 и BB_1 в остроъгълния $\triangle ABC$ се пресичат в точка H и $\sphericalangle BAC = 30^\circ$. Докажете, че:
- точките B_1 , C_1 и средата M на AH са върхове на равностранен триъгълник;
 - $AC_1 = 2HB_1 + 3C_1B$.
- 305 Даден е $\triangle ABC$ с ъглополовяща CL ($L \in AB$), в който $\sphericalangle A : \sphericalangle B : \sphericalangle C = 3 : 1 : 2$.
- Ако $CL = l$, докажете, че височината $AD = \frac{3}{4}l$.
 - През върха C е прекарана права, перпендикулярна на CL , която пресича правата AB в точка M . Ако $AM = a$, изразете отсечката BL чрез a .

- 306 Даден е $\triangle ABC$ с височина CD , в който $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$.
- Ако $CD = 12$ cm и симетралата на AB пресича AC в точка M , намерете отсечката BM .
 - Ако $AC = 2m$ и $BC = 2n$, намерете периметъра и лицето на $\triangle ADC$.
- 307 Даден е $\triangle ABC$ с тъп ъгъл при върха B . Ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при върха C пресичат правата AB съответно в точките M и N . Ако $CM = CN$:
- докажете, че $\sphericalangle ABC = 90^\circ + \sphericalangle BAC$;
 - намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако $\sphericalangle BAC = 30^\circ$.
- 308 Даден е $\triangle ABC$, в който $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 11 : 4$. Ако симетралата на AB пресича AC в точка M , симетралата на BC пресича AC в точка N и симетралата на AB пресича симетралата на BC в точка O :
- намерете ъглите на $\triangle MBN$;
 - докажете, че BO е ъглополовяща на $\sphericalangle MBN$ и $AM > CN$.
- 309 Даден е $\triangle ABC$, в който $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 1 : 6$ и $AB = 8$ cm. Постройте точката M така, че правата BC да е симетрала на отсечката AM .
- Намерете разстоянието от точка M до правата AB .
 - Намерете лицата на $\triangle ABC$ и $\triangle ABM$.
- 310 В $\triangle ABC$ CL е ъглополовяща, $\alpha = \beta + \gamma$, $\beta = 50\%$ от γ и $AC = b$. Точката L е на разстояние $LP = m$ от страната BC .
- Докажете, че CL е симетрала на отсечката AP .
 - Намерете периметъра и лицето на $\triangle LBP$.
- 311 Даден е $\triangle ABC$, в който $\sphericalangle A : \sphericalangle B : \sphericalangle C = 3 : 2 : 7$. Симетралите на страните AC и BC пресичат страната AB съответно в точките D и Q .
- Ако $AB = c$, намерете периметъра на $\triangle DQC$.
 - Докажете, че $S_{\triangle DQC} : S_{\triangle QBC} : S_{\triangle DBC} = 1 : 2 : 3$.
- 312 Постройте равнобедрен $\triangle ABC$ с дадена основа AB , ъгълът при която е 4 пъти по-малък от ъгъла при върха му. Нека отсечките CD и AP са височините съответно към страните AB и BC .
- Докажете, че AC е симетрала на отсечката DP .
 - Ако симетралата на отсечката AP пресича AC в точка Q , докажете, че BQ не е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$.
- 313 Даден е остроъгълен $\triangle ABC$, височините AM и CD на който се пресичат в точка H .
- Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако $\sphericalangle AHC = 100^\circ$ и $\sphericalangle BAC : \sphericalangle ACB = 2 : 3$.
 - Докажете, че периметърът на $\triangle DMC$ е по-малък от периметъра на $\triangle AMC$.
- 314 Даден е $\triangle ABC$ с височина CD , $\sphericalangle ACD = \sphericalangle B$ и $\sphericalangle BCD = \sphericalangle A$.
- Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако $AC = 2CD$.
 - Ако CM е медиана на $\sphericalangle C$ и $\sphericalangle A = 60^\circ$, докажете, че ъглополовящата на $\sphericalangle A$ е симетрала на отсечката CM .
- 315 Даден е $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$). На катета BC е взета точка M така, че разстоянието MM_1 ($M_1 \in AB$) до хипотенузата AB е равно на дължината на отсечката CM . Ъглополовящата BL ($L \in AC$) пресича AM в точка O .
- Намерете $\sphericalangle AOB$.
 - Ако $\sphericalangle A = \alpha$ и $\sphericalangle B = \beta$, докажете, че $\sphericalangle ACM_1 = \frac{\alpha}{2} + \beta$.
- 316 В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AB = AC$) основата BC е по-голяма от бедрото и CL е ъглополовяща. През точка L е прекарана права, успоредна на BC , която пресича AC в точка M .
- Докажете, че $BL = ML = MC$.
 - Ако BM и CL се пресичат в точка O , докажете, че правата AO е симетрала на страната BC .

- 317 В остроъгълния $\triangle ABC$ CD е височина и $\sphericalangle A = 45^\circ$. Върху страната BC е взета точка M така, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$.
- Намерете $\sphericalangle AMB$.
 - Ако симетралата на страната AC пресича AM в точка O и $\sphericalangle MCO = 60^\circ$, докажете, че $AB + AO = 2BC$.
- 318 Даден е $\triangle ABC$. Симетралата на страната BC пресича AB в средата ѝ M , а точката D е такава, че B е средата на отсечката CD .
- Ако $\sphericalangle B = 2\sphericalangle A$, намерете $\sphericalangle DMC$ и докажете, че $DM = AC$.
 - Докажете, че $\triangle AMC$, $\triangle AMD$, $\triangle MBC$ и $\triangle MBD$ са равнолицеви.
- 319 Даден е $\triangle ABC$ с ъглополовяща AL ($L \in BC$) и $\sphericalangle ABL : \sphericalangle ALC : \sphericalangle ACB = 1 : 2 : 3$. Точката M е средата на AB , а точката D от правата LM е такава, че $MD = 3LM$ и M е между L и D .
- Намерете $\sphericalangle LAD$ и определете вида на $\triangle ABD$.
 - Ако P е средата на AD , докажете, че разстоянието от M до BC е $\frac{1}{2}$ от MP .
- 320 В $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) симетралите на катетите му се пресичат в точка M , а симетралата на хипотенузата пресича катета AC в точка P така, че $AP = 2PC$.
- Докажете, че точката M лежи на AB и намерете острите ъгли на $\triangle ABC$.
 - Ако BP пресича CM в точка N , докажете, че BP е симетрала на CM , и намерете отношението $PN : NB$.
- 321 Даден е $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) и точка O е средата на AB . Точка N е средата на катета AC . Точка M е такава, че $AM = AC$, $MN \perp AC$ и $MB \perp BC$. Докажете, че:
- точка O е средата на MN ;
 - ако точка L е средата на BN , то $AM = 4OL$.
- 322 В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) е прекарана медианата AM ($M \in BC$). През точка B е начертана права $p \parallel AM$, а през точка C – права $q \perp AM$. Правите p и q се пресичат в точка S . Докажете, че:
- AM е симетрала на отсечката CS ;
 - $AB < AC + SB$.
- 323 Симетралата на бедрото BC на равнобедрения $\triangle ABC$ пресича бедрото AC в точка M .
- Ако $AB = 8$ cm и $BC = 12$ cm, намерете периметъра на $\triangle ABM$.
 - Симетралата на BC пресича правата AB в точка N . Върху правата NC е взета точка P така, че S е между N и P и $CP = AN$. Докажете, че $\triangle NBP$ е равнобедрен.
- 324 В $\triangle ABC$ ъглополовящата на $\sphericalangle BAC$ пресича BC в точка D . Правата b през точка D е успоредна на AC и пресича AB в точка P .
- Докажете, че $\triangle APD$ е равнобедрен.
 - Ако $PD = 6$ cm и правите PC и PD разделят $\sphericalangle APB$ в отношение $2 : 1 : 3$, считано от рамото AP , намерете дължината на CP .
- 325 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 1 : 4$. На продължението на ъглополовящата CL е взета точка Q така, че $CQ = 4CL$ и L е между C и Q .
- Намерете $\sphericalangle CAQ$.
 - Докажете, че $P_{\triangle ACQ} > P_{\triangle ACB}$.
- 326 В остроъгълния $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = 45^\circ$ и CD е височина.
- Ако медианата DQ в $\triangle ADC$ е 8 cm, намерете дължината на страната AC .
 - Ако точката M от страната BC е такава, че MD е ъглополовяща на $\sphericalangle AMB$, намерете големината на $\sphericalangle AMC$.
- 327 Даден е остроъгълнен $\triangle ABC$, в който симетралата на страната AB и височината BD ($D \in AC$) се пресичат в точка от страната AC .
- Ако $\sphericalangle DBC : \sphericalangle DCB = 2 : 7$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
 - Височината AQ ($Q \in BC$) пресича BD в точка E . Намерете големината на $\sphericalangle EQD$.

- 328 Височините CD и BP на остроъгълния $\triangle ABC$ се пресичат в точка H така, че $CH = AB$.
- Докажете, че $\triangle ABP \cong \triangle HCP$, и намерете големината на $\sphericalangle ACB$.
 - От точка P са построени перпендикулярите PM ($M \in AB$) и PN ($N \in CH$) съответно към правите AB и CH . Ако $PM = 6$ cm, намерете периметъра и лицето на четириъгълника $MDNP$.
- 329 Даден е $\triangle ABC$, в който $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 7 : 8$. Начертани са височината CH и медианата CM . Върху правите CH и CM са взети съответно точките H_1 и M_1 така, че H е средата на CH_1 , а M е средата на CM_1 .
- Определете вида на $\triangle ACH_1$.
 - Намерете ъглите на $\triangle AM_1H_1$.
- 330 Даден е равностранният $\triangle ABC$. Върху правата AB е взета точка D (B е между A и D), а върху правата BC – точка E (B е между C и E) така, че $CD = DE$.
- Ако $BD = AB$, намерете ъглите на $\triangle BDE$.
 - Докажете, че $AD = BE$.
- 331 Върху страните AB , BC и AC на равностранния $\triangle ABC$ са взети съответно точките P , Q и R така, че $\triangle PQR$ е равностранен.
- Докажете, че триъгълниците APR , BQP и CRQ са еднакви.
 - Ако $AB = 3 AP$, намерете ъглите на $\triangle QCR$.
- 332 В $\triangle ABC$ AL е ъглополовяща. През точка L е прекарана права, успоредна на AC , която пресича AB в точка M . През точка M е прекарана права, успоредна на BC , която пресича AC в точка N . Докажете, че:
- $AM = CN$;
 - $MN + CL < CM + NL$.
- 333 Даден е остроъгълният $\triangle ABC$, в който $AC > BC$. Симетралата на AB пресича AC в точка M .
- Ако $BM \perp AC$ и $BC = 2 MC$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
 - Ако точките P и Q са средите съответно на AM и BC и $BC = 2 PQ$, намерете големината на $\sphericalangle BAC$.
- 334 Височините AA_1 , BB_1 и CC_1 на остроъгълния $\triangle ABC$ се пресичат в точка H и $\sphericalangle HAB : \sphericalangle HBA = 2 : 3$, $\sphericalangle HBC : \sphericalangle HCB = 1 : 2$ и $\sphericalangle HAC : \sphericalangle HCA = 1 : 3$.
- Намерете ъглите на $\triangle ABC$.
 - Докажете, че $\sphericalangle CA_1B_1 = 45^\circ$.
- 335 Даден е $\triangle ABC$ ($CA = CB$) с ъглополовяща CM . Точките P и Q са съответно средите на CA и CB и $\sphericalangle ABC : \sphericalangle PMQ = 5 : 2$.
- Намерете ъглите на $\triangle ABC$.
 - Ако $BC = 8$ cm, намерете разстоянието от точка Q до правата MP .
- 336 В $\triangle ABC$ ъглополовящата AL разполовява медианата CM .
- Докажете, че $AC = \frac{1}{2} AB$.
 - Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако $\sphericalangle BCM = 30^\circ$.
- 337 Даден е $\triangle ABC$, в който $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 1 : 6$. Точката M е средата на страната BC , а H е петъ на височината към AB .
- Намерете големината на $\sphericalangle CMH$.
 - Докажете, че $AB = 4 CH$.
- 338 Даден е $\triangle ABC$, в който ъглополовящата AL ($L \in BC$) пресича височината CD ($D \in AB$) в точка M .
- Ако $CM = CL$ и $\sphericalangle B = 50^\circ$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.
 - Ако $AL = CD$ и правата през M , успоредна на AB , пресича страната AC в точка P така, че $PC = 2 AP$, докажете, че $\triangle ABC$ е равностранен.
- 339 Даден е остроъгълният $\triangle ABC$, в който $AC > BC$. Њглополовящата през върха A пресича страната BC в точка L .

Точка P лежи на страната AC така, че $\sphericalangle PLC = \sphericalangle BAC$. Външната ъглополовяща на $\sphericalangle C$ пресича правата AL в точка Q .

а) Ако $\sphericalangle B = 50^\circ$, намерете $\sphericalangle AQC$.

б) Докажете, че $\sphericalangle LPC = \sphericalangle ABC$, $PL = LB$ и периметърът на $\triangle ABQ$ е по-голям от периметъра на $\triangle ABC$.

340 Симетралата на бедрото BC на равнобедрения $\triangle ABC$ пресича страната AC в точка M , а продължението на основата AB – в точка N . Върху правата NC е взета такава точка P , че C е между N и P и $AN = CP$.

а) Докажете, че $\triangle NBP$ е равнобедрен.

б) Ако $2\sphericalangle A > \sphericalangle C$, докажете, че $\sphericalangle C < 90^\circ$.

341 Върху бедрата CA и CB на равнобедрения $\triangle ABC$ са взети съответно точките Q и P така, че $CQ = CP$. Ако AP и BQ се пресичат в точка O , докажете, че:

а) $\sphericalangle ACO = \sphericalangle BCO$; б) $CO \perp AB$.

342 Даден е $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$, $\sphericalangle A = 30^\circ$), като $AC = 6$ см. Върху правата BC е избрана точка M така, че $BM = BA$ и B е между M и C .

а) Намерете дължината на отсечката AM .

б) Ако CD е височина в $\triangle AMC$ и P е пресечната точка на CD и AB , докажете, че $CP = CB$.

343 В остроъгълния $\triangle ABC$ са начертани височините AD ($D \in BC$) и BE ($E \in AC$). Ако $DE = \frac{1}{2} AB$, намерете:

а) големината на $\sphericalangle ACB$;

б) отношението на периметрите на $\triangle CDE$ и $\triangle ABC$.

344 Даден е $\triangle ABC$. Медианите AA_1 и CC_1 са продължени с отсечките A_1P и C_1M , съответно равни на AA_1 и CC_1 . Докажете, че:

а) $MP = 2AC$;

б) разликата от периметрите на четириъгълника $AMPC$ и $\triangle ABC$ е равна на $2AC$.

345 Страната AB на $\triangle ABC$ с дължина 6 см е разделена от точките M и N на три равни отсечки, като M е между A и N . Върху отсечката MC е взета точка P така, че $AM = MP$. Ако $\sphericalangle AMC = 120^\circ$:

а) намерете периметъра на $\triangle MNP$;

б) докажете, че $\triangle MBP$ е правоъгълен.

346 Даден е успоредникът $ABCD$, в който $AB = 2BC$. Ъглополовящата на $\sphericalangle BAD$ пресича страната CD в точка M , а правите BM и AD се пресичат в точка P .

а) Докажете, че $\triangle AMP$ е правоъгълен и MD е медиана в него.

б) Ако N е произволна точка от правата AM , докажете, че $BN = PN$.

347 Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ ($CA = CB$). Върху лъча AB постройте отсечка $BD = AB$. Докажете, че:

а) $AC < CD$, $\sphericalangle ACB > \sphericalangle BCD$;

б) $CB < \frac{1}{2}(CA + CD)$.

348 За $\triangle ABC$ е известно, че $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$. Медианата $CM = m$.

а) Постройте $\triangle ABC$.

б) Ако ъглополовящата $BL = 2q$, намерете лицето и периметъра на $\triangle ABC$, $\triangle ABL$ и $\triangle BLC$.

349 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 5 : 6$ и височината $CH = n$.

а) Постройте $\triangle ABC$.

б) Ако точка N е такава, че AC е симетрала на отсечката BN , намерете $S_{\triangle ABC}$, $S_{\triangle ACN}$, $S_{\triangle ABN}$ и разстоянието от точка B до правата AN .

350 В $\triangle ABC$ AL е ъглополовяща. Докажете, че:

а) $\frac{S_{\triangle ABL}}{S_{\triangle ACL}} = \frac{BL}{CL}$;

б) $\frac{S_{\triangle ABL}}{S_{\triangle ACL}} = \frac{AB}{AC}$;

в) $BL : CL = AB : AC$.