РЕШЕНИЯ на задачите от ТЕМАТА за 5 и 6 клас

1. Отг. С). Тъй като 1 *ч* = 30 *мин* + 30 *мин*, то за 1 час мотористът ще измине два пъти повече километри, т.е. 56. Следователно скоростта на моториста е 56 *км/ч*.

2. Отг. С).

3. Отг. А).

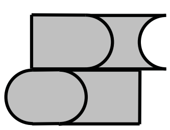
4. Отг. Е). Не може да се използват нечетните числа 3, 13, 23, 31, 33, 35, 37, 39 и 43.

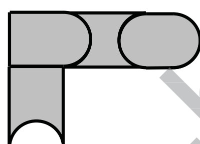
5. Отг. Е).

6. Отг. В). На първото разклонение водата се разделя на две части от по 500 литра. От второто разклонение вляво в съд Y ще се влеят 250 литра вода, а от второто разклонение вдясно в съд Y ще се влеят от две места по 250 литра вода, т. е. още 500 литра. В съд Y ще се влеят общо $250 + 500 = 750$ литра.

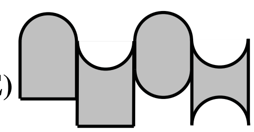
7. Отг. D). Датите с исканато свойство са: 01.03.05, 01.05.09, 01.07.13, 01.09.17, 01.11.21, 03.05.07, 03.07.11, 03.09.15, 03.11.19, 05.07.09, 05.09.13, 05.11.17, 07.09.11, 07.11.15, 09.11.13. Техният брой е 15.

8. Отг. В). Останалите фигури могат да се получат по показаните начини.

A) 

C) 

D) 

E) 

9. Отг. В). 7 дни котката Лиза е пила по 60 *мл* мляко, т.е. тя е изпила общо $60.7 = 420\,мл$, а 7 дни котката Лиза е пила по $60 + \frac{1}{3}\cdot 60 = 80\,мл$, т.е. тя е изпила общо $80.7 = 560\,мл$. Тогава за двете седмици котката Лиза е изпила $420 + 560 = 980\,мл$ мляко.

10. Отг. D). В думата **KANGAROO** една от буквите **А** е съседна на **K**, а другата е съседна на **G**. От друга страна, в таблицата **D)** клетката с буквата **А** от долния ред няма обща точка нито с клетката с буквата **K**, нито с клетката с буквата **G**.

11. Отг. В). Числото, стоящо непосредствено преди 2011, е 1210, а следващото число е 2101. Разликата е $2101 - 1210 = 891$.

12. Отг. Е). Тъй като всяко събираемо е по-малко от сбора на трите, то сборът вдясно може да бъде само 96 или 167. Лесно се проверява, че със 167 не става, а от друга страна $17 + 30 + 49 = 96$.

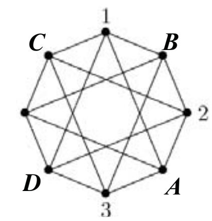
13. Отг. С). Нека страната на квадрата съдържа x единични кубчета. Тогава оградата ще съдържа $2x + 2(x + 2) = 4x + 4$ единични кубчета. От равенството $4x + 4 = 36$ намираме $x = 8$. Следователно за попълването на квадрата са необходими $8.8 = 64$ единични кубчета.

14. Отг. D). Триъгълниците на чертежа са три вида: 9 триъгълника със страна една клечка, 3 триъгълника със страна две клечки и 1 триъгълник (големият) със страна три клечки. Ясно е, че с една клечка могат да се "развалят" най-много 2 триъгълника от един и същ вид. Оттук следва (тъй като триъгълниците са три вида), че най-много биха могли да се "развалят" общо 5 триъгълника: 2 от първия вид, 2 от втория и 1 от третия. Но от чертежа се вижда, че коя да е обща клечка за 2 триъгълника от първия вид не е обща за никои 2 триъгълника от втория вид. Следователно максималният брой триъгълници, които биха могли да се "развалят", е 4. Реализацията на 4 е следната: ако се премахне средната клечка от коя да е страна на големия триъгълник, се "развалят" 1 триъгълник от първия вид, 2 триъгълника от втория вид и 1 триъгълник (големият) от третия вид, т.е. общо 4 триъгълника.

15. Отг. B). $372:31=12$ и следователно даденото число е 12. Тогава $12.301=3612$.

16. Отг. A).

17. Отг. D). На чертежа всяка от точките ***A***, ***B***, ***C*** и ***D*** е общ край на три отсечки, във вторите краища на които са записани числата 1, 2 и 3. Следователно единствената възможност е във всяка от тези точки да се запише числото 4. Ясно е, че в оставащата осма точка може да се запише кое да е от числата 1, 2 и 3, но не може да се запише 4. Получаваме, че общият брой на четворките е 4.

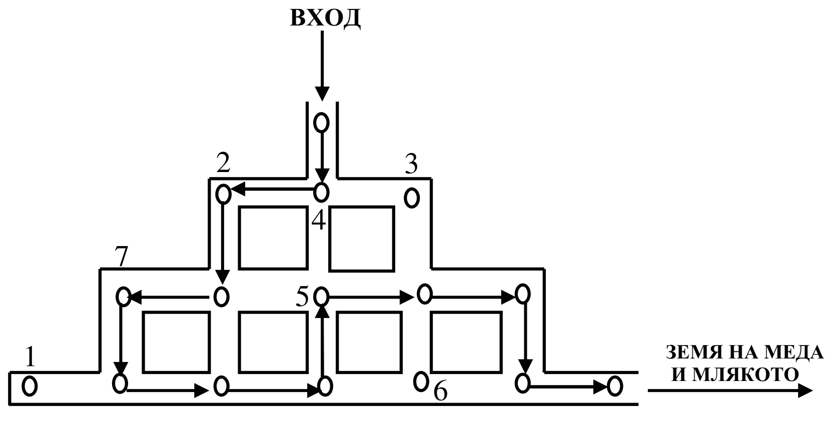


18. Отг. B). Ясно е, че единственият гол, получен от "Барселона" в собствената врата, е в загубената среща (няма как да загубиш един мач, ако не получиш гол). Тогава единствената възможност за резултата в загубената среща е $0:1$. В равния мач не са отбелязани голове, защото в противен случай броят на получените голове от "Барселона" в собствената врата би бил повече от 1. Следователно резултатът от равния мач е $0:0$. За резултата от спечелената среща остава единствената възможност да е $3:0$.

19. Отг. E). Нека x е търсеният брой парчета. Тъй като лицето на дадената част е 5 *кв. ед.*, то лицето на квадрата ще бъде $5x$ *кв. ед.* и числото $5x$ трябва да е точен квадрат (т.е. квадрат на цяло число). От посочените числа единствено при $x=20$ се получава точен квадрат $5.20=100=10^2$. Заключаваме, че само **E)** може да бъде верен отговор. За да се убедим, че наистина е верен отговор, трябва да се посочи реализация. С две парчета може да се направи правоъгълник с размери 5×2. Сега е достатъчно да вземем 10 такива правоъгълника и да ги подредим в 2 колонки от по 5.

20. Отг. C). $80-3=77$ бонбона е раздала Пипи. Но единственият делител на 77, по-голям от 1 и по-малък от 10, е 7. Следователно момичетата са били 7, а момчетата са били $10-7=3$.

21. Отг. B).



При показания маршрут остават 3 несъбрани семки от всичките 16. Несъбрани са крайната долна лява (№ 1), крайната горна дясна (№ 3), както и една междинна (№ 6) от най-долния ред (както е в примера) или една междинна (№ 5) от междинния ред, ако Хамстерът Сивко се беше изкачил към междинния ред от една семка по-нататък (от № 6). Съществуват и други маршрути със събиране на 13 семки, например без събиране на крайната горна лява (№ 2) и крайната горна дясна (№ 3). Ясно е, че семка № 1 изобщо не може да бъде събрана съгласно правилата от условието на задачата. Възможните маршрути могат да се разделят на две групи. В първата група влизат онези, при които семките с номера 2 и 3 не се събират, а във втората – онези, в които само една от семките с номера 2 и 3 се събира (ясно е, че не съществува маршрут, при който е възможно събирането едновременно на семките с номера 2 и 3). В първата група влиза един единствен маршрут: от № 4 към № 5, след това задължително наляво до № 7, слизане на долния ред, движение надясно до № 6, качване на междиния ред, движение надясно, после надолу и веднага надясно към изхода. При втората група съществуват две възможности за движение нататък от семката с № 4: наляво към № 2 или надясно към № 3. По-горе бяха описани маршрутите с преминаване през № 2. Маршрутът през № 3 е аналогичен. Във всичките случаи поне 3 от семките остават несъбрани.

22. Отг. С). Единият начин е да се изберат четирите шарени котенца (т.е. всички без едноцветните). Още три начина се получават, като всяко едно от трите едноцветни котенца се избере заедно с двете двуцветни, имащи същия цвят, и трицветното котенце (например: бяло, черно-бяло, сиво-бяло и сиво-черно-бяло). Всяка друга комбинация от 4 котенца ще съдържа поне 2 едноцветни и следователно няма да отговаря на условието на задачата. Следователно търсеният брой е 4.

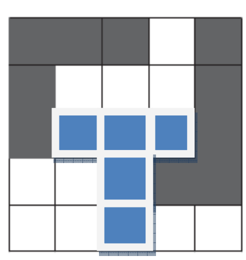
23. Отг. D). Четирите триъгълника могат да се именуват така: ляв, десен, горен и долен. Сборът от дължините на двата по-големи катета на горния и долния триъгълника е 28 *см*. Следователно дължината на единия катет (по-големия) е $a = 28:2 = 14\,см$. Ако b е дължината на другия катет в сантиметри, от чертежа се вижда, че $14+14+b = 30\,см$, откъдето $b = 2\,см$. Тогава лицето на фигурата е $4\cdot\dfrac{14.2}{2} = 56\,см^2$.

24. Отг. С). Тъй като Боби казал, че Иван е лъжец, а Иван казал, че Боби е лъжец, то един от двамата е лъжец, а другият казва истината.

<u>*Случай* 1</u>. Нека Боби е лъжец, а Иван казва истината. Тъй като Алекс казал, че Иван е лъжец, то тогава Алекс е лъжец и Тони казва истината. Получаваме, че две от момчетата са лъжци.

<u>*Случай* 2</u>. Нека Иван е лъжец, а Боби казва истината. Тъй като Алекс казал, че Иван е лъжец, то тогава Алекс казва истината, а Тони е лъжец. Отново точно две от момчетата са лъжци.

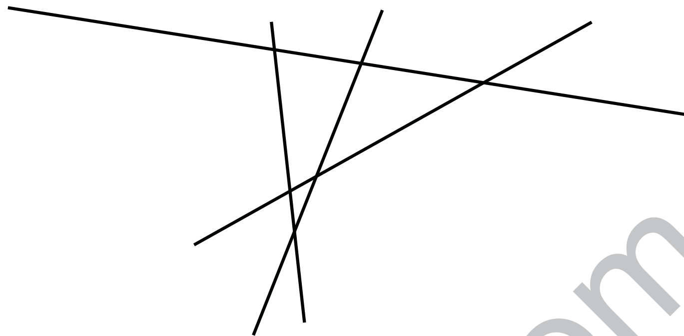
25. Отг. D).



26. Отг. Е). Сборът от точките на горната стена на тялото, на долната стена на тялото и на залепените стени е $3.7 = 21$. Тъй като сборът от точките на четирите залепени стени е

$2.5 = 10$, то за сбора от точките на горната и долната стена на тялото остават $21 - 10 = 11$ точки. Но единствената възможност за получаване на 11 е $11 = 5 + 6$. Шестицата на долното зарче е срещу единицата и следователно не може да се намира на долната стена на тялото. Заключаваме, че шестицата е на горната стена на тялото, т.е. $X = 6$.

27. Отг. Е). Две прави могат да имат само една пресечна точка. Следователно четири прави могат да имат най-много $\frac{4.3}{2} = 6$ пресечни точки. Ето реализация на 6 пресечни точки:



28. **Отг. А).** За да е изпълнено условието на задачата, месецът трябва да започва в събота и да завършва в неделя. Броят на дните на такъв месец е 4.7 + 2 (петата събота и неделя) = 30 дни. Тогава следващият месец ще започва в понеделник и ще е с 31 дни. Тъй като 4.7 = 28, то 28-ият ден ще бъде неделя, а последните три – понеделник, вторник и сряда. Следователно следващият месец ще има 5 понеделника, 5 вторника и 5 среди.

29. Отг. D). Ако увеличим a с 1, то $(a+1)bcd = abcd + bcd$. Ако увеличим b с 1, то $a(b+1)cd = abcd + acd$. Ако увеличим c с 1, то $ab(c+1)d = abcd + abd$. Ако увеличим d с 1, то $abc(d+1) = abcd + abc$. В четирите случая към произведението $abcd$ се прибавят произведенията на дадените числа по тройки. От тези произведения по тройки най-малкото е abc. Следователно най-малко произведение ще се получи, когато увеличим числото d с единица.

30. Отг. А). Последната цифра трябва да е 5, за да бъде числото кратно на 5. От признака за делимост на 4 следва, че четирицифреното число, образувано от цифрите 1, 2, 3 и 4, трябва да завършва на 12, на 24 или на 32. Ако петцифреното число завършва на 25, първите три цифри имат сбор, който не е кратен на 3. Следавателно този случай е невъзможен. Ако петцифреното число завършва на 245, за втората позиця не остава четна цифра. Окончателно заключаваме, че не съществува петцифрено число с исканите свойства.