1 Намерете целите положителни числа a, за които е вярно неравенството:

а) $a < 7$;

б) $a \leq 8$.

2 Намерете целите отрицателни числа b, за които е вярно неравенството:

а) $b > -8$;

б) $b \geq -5$.

3 Намерете целите неположителни числа c, за които е вярно неравенството:

а) $c > -7$;

б) $c \geq -4$.

4 Намерете целите неотрицателни числа d, за които е вярно неравенството:

а) $d < -5$;

б) $d \leq -6$.

5 Намерете целите числа x, за които е вярно двойното неравенството:

а) $-3 \leq x < 4$;

б) $-4 < x \leq 2$.

6 Запишете с числово неравенството твърдението:

а) числото a е положително;

б) числото b е неположително;

в) числото c е отрицателно;

г) числото d е неотрицателно.

7 Запишете с числово неравенството твърдението:

а) числото a е по-голямо от 4;

б) числото b е по-малко от 7;

в) числото c е не по-голямо от 6;

г) числото d е не по-малко от 5.

1 Като използвате свойствата на числовите неравенства, от първото неравенство получете второто:

а) $a < 3 \rightarrow 2a + 5 < 11$; б) $a > -2 \rightarrow 1 - 3a < 7$.

2 Ако $a < b$, докажете, че са в сила неравенствата:

а) $2a + 5 < 2b + 5$; б) $\frac{a-1}{3} < \frac{b-1}{3}$; в) $7 - a > 7 - b$.

3 Съберете почленно неравенствата:

а) $5 > -3$
$7 > 5$;

б) $-7 < 2$
$7 > 5$;

в) $a > -3$
$b > -2$.

4 Ако $a < b$, запишете вярно неравенство:

а) $2a - 5 \square 2b - 5$; б) $-3a + 7 \square -3b + 7$; в) $\frac{a+3}{-2} \square \frac{b+3}{-2}$.

5 Докажете, че ако:

а) $a < 3$ и $b > 3$, то $a < b$; б) $a < 6$ и $c > 3$, то $\frac{a}{2} < c$.

Линейно неравенство с едно неизвестно

1 Покажете, че числото 6 е решение на неравенството:

а) $2x - 15 < 0$; б) $\frac{1}{2}x + 3 \geq 5$; в) $2x + 7 \leq 5x - 11$.

2 Покажете, че числото – 2 не е решение на неравенството:

а) $3x + 5 > 0$; б) $x - 10 < 7x$; в) $0{,}5x - 3 > x - 2$.

3 Намерете най-малкото цяло решение на неравенството:

а) $x > 5$; б) $x > -5{,}5$; в) $x \geq -5$.

4 Намерете най-голямото цяло решение на неравенството:

а) $x < 4{,}3$; б) $x < -4$; в) $x \leq -6{,}4$.

5 Намерете сбора на естествените числа, които са решения на неравенството:

а) $x < 5$; б) $x \leq 6$; в) $x \geq 5{,}5$.

6 Намерете броя на целите отрицателни числа, които са решения на неравенството:

а) $x > -5$; б) $x \geq 3$; в) $x \geq -4{,}7$.

1 Решете неравенствата:

а) $5(x+1) < 2(x+4)$;

б) $3(2x+5) > 2(2x-3)$.

2 Решете неравенствата и изобразете решенията им върху числовата ос:

а) $3(x-2) > 5(x+2)$;

O

б) $2(3x-1) < 3(3x+2) + 1$.

O

3 а) $(x-1)^2 \geq (x+3)(x-3)$;

O

б) $(2x+1)^2 \leq (2x+3)^2$.

O

4 а) $\dfrac{x(3x+2)}{3} < \dfrac{x(2x+1)}{2} - 1$;

O

б) $\left(\dfrac{x-1}{-2}\right)^2 > \left(\dfrac{x+3}{2}\right)^2$.

O

Линейно неравенство. Упражнение

1 Решете неравенствата:

а) $3(x-2) < 2(x+3)$;

б) $3(x+4) > 5(x-2)$.

2 Покажете, че всяко число x е решение на неравенствата:

а) $2(x+3) > 2(x+6) - 7$;

б) $(2x+1)(2x-1) > (x+3)(x-3)$.

3 Покажете, че неравенствата нямат решение:

а) $(x+3)^2 < 3(2x-1)$;

б) $(x-4)^2 + 2(4x+1) < 0$.

4 Решете неравенствата:

а) $5x(x-2) < 4x(x-1) - 9$;

б) $3x(x+4) > 2x(x+5) - 1$.

5 Решете неравенствата:

а) $(2x-3)^2 \leq (2x-1)^2$;

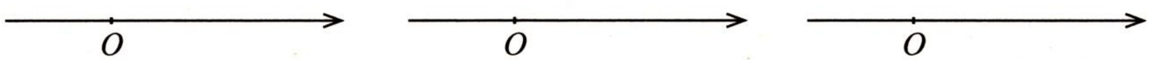
б) $(x-2)^3 > 4 + x^2(x-6)$.

Представяне решенията на линейно неравенство с числови интервали и графично върху числова ос

89

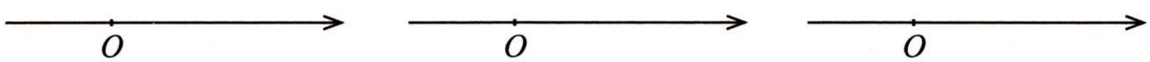
1 Изобразете върху числовата ос интервалите:

а) (2; 5); б) [–3; 1); в) [–2; 4].

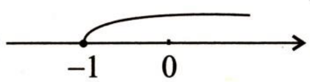


2 Изобразете графично всички числа x, ако:

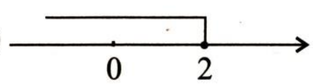
а) $-2 < x < 1$; б) $-1 \le x < 3$; в) $1 \le x \le 3$.



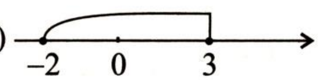
3 Запишете изобразените интервали:

а) 

;

б) 

;

в) 

.

4 Запишете с интервали решенията на неравенствата:

а) $-3 < x < 0$; б) $0 \le x < 5$; в) $-2 < x \le 4$.

5 Решете неравенствата и представете решенията им графично и чрез интервали:

а) $\frac{x}{3} - \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{x}{2} - \frac{3x}{4}\right) < 1 - \frac{x}{6}$; б) $\frac{3x+5}{4} - \frac{1}{3} \cdot \left(2 + \frac{x}{2}\right) \ge x - \frac{2}{3}$.

1 Решете неравенствата:

а) $\frac{x}{-3}+\frac{x-2}{2}>1$;

б) $\frac{x}{0.3}-\frac{x}{0.2}>5$.

2 Решете неравенствата:

а) $(x-3)(x^2+5)>0$;

б) $(x-4)(x^2+1)<0$.

3 Решете неравенства, като предварително ги разложите на множители:

а) $x^3+x^2+3x+3\geq 0$;

б) $x^3-2x^2+5x-10\leq 0$.

4 Намерете стойностите на x, за които:

а) изразът $\frac{3x-1}{2}$ е не по-голям от 4;

б) изразът $\frac{2x-7}{-3}$ е не по-малък от 3.

1 Покажете, че неравенствата нямат решение:

а) $3(2x+5) < 2(3x+1)$;

б) $4(x-5) > 4x+9$.

2 Покажете, че всяко число е решение на неравенствата:

а) $(x+2)^2 > (x+3)(x+1)$;

б) $(x-4)(x-2) < (x-3)^2$.

3 Решете неравенствата:

а) $\dfrac{2x-5}{2} < 1 - \dfrac{5-3x}{3}$;

б) $\dfrac{3x-1}{3} - \dfrac{4x-1}{4} > 1$.

4 Решете неравенствата:

а) $(2x-3)^2 > 4(x+2)(x-5)$;

б) $(x-2)(x^2+2x+4) < (x+1)(x^2-x+1)$.

1 Дадено е неравенството $(x+3)(x-3)-(x-1)^2 > -24$.

За всяко твърдение маркирайте с ☒ един от двата възможни отговора – този, който смятате за верен.

Твърдение	Вярно	Грешно
Най-голямото цяло число, което е решение на неравенството, е 7.	☐	☐
Най-малкото цяло число, което не е решение на неравенството, е 9.	☐	☐
Броят на всички естествени числа, които са решения на неравенството, е 8.	☐	☐
Сборът от естествени числа, които са решения на неравенството, е равен на 28.	☐	☐
Произведението от естествени числа, не по-малки от 6, които са решения на неравенството, е равно на 56.	☐	☐

2 Емил решава задачи всеки ден. В понеделник той решава x задачи. Всеки следващ ден решава по две задачи повече от предходния.

а) Запишете израз чрез x колко задачи е решил Емил от понеделник до четвъртък включително.

б) Запишете израз чрез x колко задачи е решил Емил от петък до неделя включително.

в) Колко най-малко задачи трябва да реши Емил в понеделник, за да може решените задачи до четвъртък включително да бъдат повече от задачите, които е решил от петък до неделя включително?

1 В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на неравенството. Срещу нея, в дясната колона, запишете номерата на уравненията, чиито корени са решения на неравенството.

(А)	$-x+3<x-5$	(1) $(x+3)(x-5)=0$
(Б)	$\dfrac{x-2}{-3}>1$	(2) $x^2+2x=0$ (3) $(x+2)(x+4)=0$ (4) $x^2=16$
(В)	$x^2-x(x+6)\le 12$	(5) $\lvert x-8\rvert=3$

Отг.	
(А)	
(Б)	
(В)	

Решение: ______________________ ______________________

______________________ ______________________

______________________ ______________________

______________________ ______________________

2 Дадено е неравенството $(x-3)^2-(x-2)^2>\frac{1}{4}(x-4)-\frac{1}{6}(3x+2)$.

В лявата колона на бланката за отговори е написан номерът на твърдението. Срещу всеки номер запишете „ДА", ако твърдението е вярно, или „НЕ", ако твърдението не е вярно.

№	Твърдение	Вярно ли е твърдението?
(1)	Сборът от естествените числа, които са решение на неравенството, е 6.	ДА/НЕ
(2)	Най-голямото цяло решение на неравенството е 3.	ДА/НЕ
(3)	Най-малкото цяло решение на неравенството е 5.	ДА/НЕ
(4)	По-малкият корен на уравнението $x^2+4x=0$ е решение на неравенството.	ДА/НЕ
(5)	По-големият корен на уравнението $x^2-25=0$ е решение на неравенството.	ДА/НЕ

Отг.	
(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

Решение: ______________________ ______________________

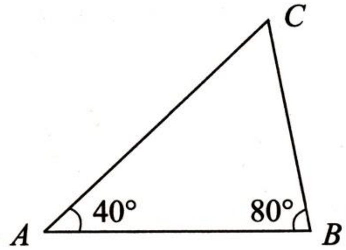
______________________ ______________________

______________________ ______________________

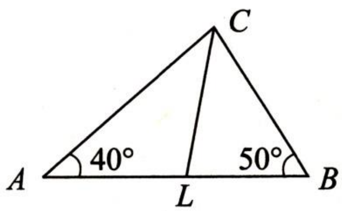
______________________ ______________________

Неравенства между страни и ъгли в триъгълника

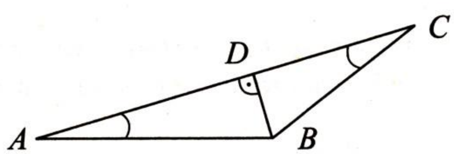
1 Наредете по големина страните на $\triangle ABC$ с ъгли $\alpha = 40°$ и $\beta = 80°$.



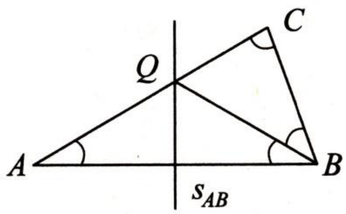
2 В $\triangle ABC$ с ъгли $\alpha = 40°$ и $\beta = 50°$ е построена ъглополовящата CL. Подредете по големина страните на $\triangle ABC$, $\triangle ACL$ и $\triangle BCL$.



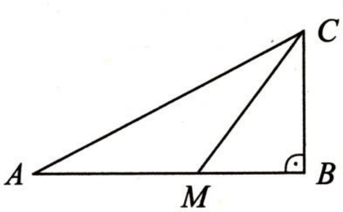
3 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 11 : 4$ и BD е височина. Подредете по големина страните на $\triangle ABC$, $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$.



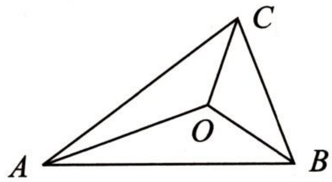
4 В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 7 : 8$. Симетралата на AB пресича AC в точка Q. Подредете по големина страните на $\triangle ABC$, $\triangle ABQ$ и $\triangle BCQ$.



5 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle B = 90°$ и $M \in AB$. Докажете, че:
а) $CM > CB$; б) $CM < AC$.



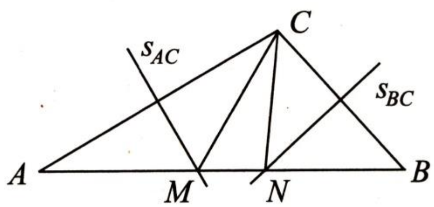
1 В $\triangle ABC$ $\alpha = 40°$, $\beta = 60°$ и ъглополовящите на $\sphericalangle BAC$ и $\sphericalangle ABC$ се пресичат в точка O. Подредете по големина страните на $\triangle AOB$, $\triangle BOC$ и $\triangle AOC$.



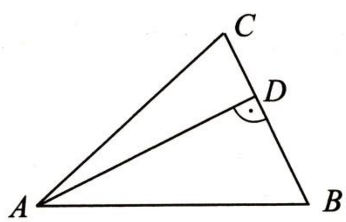
2 В $\triangle ABC$ $\alpha = 30°$ и $\beta = 50°$. Симетралите на AC и BC пресичат AB съответно в точките M и N. Сравнете:

а) страните на $\triangle MNC$;

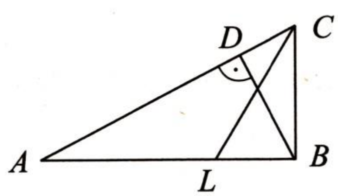
б) отсечките AM, MN и NB.



3 $\triangle ABC$ е остроъгълен и AD е височина. Докажете, че $AD < \frac{1}{2}(AB + AC)$.



4 В $\triangle ABC$ $\alpha = 30°$, $\beta = 90°$, CL е ъглополовяща и BD е височина. Сравнете CL и BD.



1 Намерете дължината на бедрото на равнобедрен триъгълник със страни:

а) 3 cm и 7 cm; б) 2 cm и 5 cm; в) 4 cm и 9 cm.

2 Намерете периметъра на равнобедрен триъгълник, ако две от страните му са:

а) 3 cm и 6 cm; б) 5 cm и 11 cm; в) 7 cm и 3 cm.

3 Периметърът на равнобедрен триъгълник е 15 cm, а едната му страна е с 3 cm по-голяма от другата. Намерете страните на триъгълника.

I случай:

II случай:

4 Периметърът на равнобедрен триъгълник е 12 cm, а едната му страна е с 3 cm по-малка от другата. Намерете страните на триъгълника.

I случай:

II случай:

5 В четириъгълника $ABCD$ $AC \cap BD = O$. Докажете, че:

а) $OA + OB > AB$;

б) $AC + BD > \frac{1}{2}(AB + BC + CD + DA)$.

1 В $\triangle ABC$ $CA = 8$ cm и $CB = 5$ cm. Стойностите, които може да приема дължината на страната AB в сантиметри, са:

А) $AB \in (2;12)$; Б) $AB \in (3;13)$; В) $AB \in [3;13)$; Г) $AB \in (3;13]$

Решение: ______________________________

____

2 Върху страната AB на $\triangle ABC$ е взета произволна точка M.

Докажете, че $CM < \frac{1}{2}(AB + BC + CA)$.

Доказателство: ______________________________

____

____

____

____

3 Даден е $\triangle ABC$ и точка M е вътрешна за този триъгълник.

Докажете, че $MA + MB + MC > \frac{1}{2}(AB + BC + CA)$.

Доказателство: ______________________________

____

____

____

____

4 Даден е $\triangle ABC$ и точка M е вътрешна за този триъгълник.

Докажете, че $MB + MC < AB + AC$.

Доказателство: ______________________________

____

____

____

____

1 Решете неравенствата:

а) $2(x-2) > 4(x-1) - 5$;

б) $3(x-2) + 6 < 4(x+8)$.

2 Решете неравенствата и изобразете решенията им върху числовата ос:

а) $\frac{x}{-3} + \frac{x}{4} + \frac{1}{6} \geq \frac{5x}{12} - \frac{1}{2}$;

б) $1 - \frac{x}{0.3} - \frac{x}{1.5} \leq \frac{1}{0.2} - \frac{x}{0.6}$.

3 Запишете с интервали решенията на неравенствата:

а) $\frac{5x}{6} - \frac{2}{3}\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{4}\right) \leq 1$;

б) $\frac{3x}{10} - \frac{4}{5}\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{4}\right) \geq 1 - \frac{x+1}{2}$.

4 Намерете най-голямото цяло число, което е решение на неравенството:

а) $(x+2)^2 > (x+3)^2$;

б) $(x+2)^3 - 32 < x^2(x+6)$.

5 В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на неравенството. Срещу нея, в дясната колона, запишете номерата на уравненията, чиито корени са решения на неравенството.

(А)	$-x+4 \geq 3x-16$	(1) $(x-6)(x+1)=0$
		(2) $x^2=4x$
(Б)	$\dfrac{x-7}{-4}<2$	(3) $x^2+9=0$
		(4) $(x-3)(x-8)=0$
(В)	$x^2+8 \leq x(x+4)$	(5) $\lvert x+7 \rvert = 2$

Отг.	
(А)	
(Б)	
(В)	

Решение: ______________________________

6 Нека a е най-малкото цяло число, решение на неравенството $\frac{1}{3}(x+4)-\frac{1}{6}(2-x)\geq 2$, а b е най-голямото цяло число, което е решение на неравенството $x(x-1)(x+5)-(2x+3)^2>8$. Намерете a и b и пресметнете стойността на израза $A=\dfrac{a^3-b^3}{a^2+ab+b^2}$.

Решение: ______________________________

1 Ако $a > b$, то е вярно неравенството:

А) $a - 5{,}6 < b - 5{,}6$;

Б) $-7a + 3 > -7b + 3$;

В) $1 - 3a < 1 - 3b$;

Г) $\frac{a-5}{2} < \frac{b-5}{2}$.

2 Кое от неравенствата **не** е вярно?

А) $5 \cdot \frac{2}{3} < 7 \cdot \frac{2}{3}$;

Б) $0{,}5 : 5 > 0{,}2 : (-2)$;

В) $-2 \cdot \frac{1}{2} < -5 \cdot \frac{1}{5}$;

Г) $\frac{4}{5} : 3 > \frac{2}{3} : 5$.

3 Решенията на неравенството $\frac{x+3}{2} - \frac{x-1}{5} \geq \frac{x+5}{4}$ са:

А) $x \geq -9$; **Б)** $x \geq -1$; **В)** $x \leq -9$; **Г)** $x \leq -1$.

4 Най-голямото цяло число, решение на неравенството $(x+1)^3 - x(x+4)(x-1) > 8x + 3$, е:

А) $x < 1$; **Б)** $x > 1$; **В)** $x < 4$; **Г)** $x > 4$.

1 Ако $a > 6$ и $b < 2$, то със сигурност е вярно, че:

А) $a + b > 8$; **Б)** $3b < a$; **В)** $a < 3b$; **Г)** $a - b < 4$.

2 Решенията на неравенството $\frac{3x-1}{12} - \frac{2x+1}{-2} \le \frac{13x+17}{12}$ са:

А) $x \in (-\infty; -6]$;

Б) $x \in (-\infty; 6]$;

В) $x \in (-\infty; 8{,}5]$;

Г) $x \in (-\infty; 7]$.

3 Решенията на неравенството $(2x-1)^3 - 8x(x-2)(x+2) < 2x(19-6x)$ са:

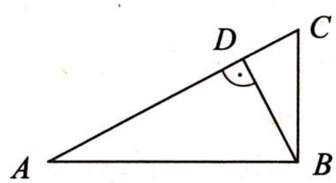
А) $x \in \varnothing$;

Б) всяко x;

В) $x > -2$;

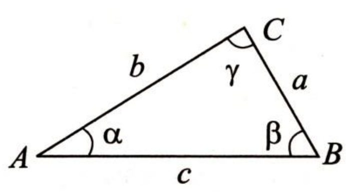
Г) $x < -1$.

4 В $\triangle ABC$ $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ и BD е височина. **Не** е вярно, че:



А) $AB > BD$; **Б)** $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ACB$;
В) $AB < AC$; **Г)** $\sphericalangle BAC > \sphericalangle DBC$.

5 В $\triangle ABC$ $AB : BC : AC = 5 : 3 : 4$. За ъглите на $\triangle ABC$ е вярно, че:



А) $\alpha > \beta > \gamma$; **Б)** $\alpha < \beta < \gamma$;
В) $\beta < \alpha < \gamma$; **Г)** $\alpha > \gamma > \beta$.

Помощно поле

1 (1 т.) Ако $a < b$, то е вярно неравенството:

А) $a + 3 > b + 3$; **Б)** $-7a < -7b$;

В) $0{,}3a > 0{,}3b$; **Г)** $\frac{a-3}{2} < \frac{b-3}{2}$.

2 (2 т.) Решенията на неравенството $(x+2)^2 - 8x > (1-x)^2 - 5$ са:

А) $x > 1$; **Б)** $x < 4$; **В)** $x < 1$; **Г)** $x > 4$.

3 (2 т.) За ъглите на $\triangle ABC$ е изпълнено, че $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 5 : 4$. За страните на $\triangle ABC$ е вярно, че:

А) $AB < BC < AC$; **Б)** $AB > BC > AC$;

В) $BC < AB < AC$; **Г)** $BC < AC < AB$.

4 (3 т.) Решенията на неравенството $(2x-1)^3 - 2x(19-6x) < 8x(2+x)(x-2)$ са:

А) $x \in \varnothing$; **Б)** всяко x; **В)** $x > -2$; **Г)** $x < -1$.

5 (4 т.) Намерете естествените числа, които са решения на неравенството

$$\frac{(-x-1)^2}{6} - \frac{1}{3}\left(\frac{x(x+5)}{2} - \frac{2x+3}{4}\right) < 1 + \frac{3x+1}{-6}.$$

6 (4 т.) Ако от произведението на едно число с 2 се извади 5 и получената разлика се раздели на (– 4), ще се получи число, по-малко от 3. Намерете най-малкото цяло число, за което това е изпълнено.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

1 (1 т.) Ако $a < b$, то е вярно неравенството:

А) $\frac{a+5}{-2} < \frac{b+5}{-2}$; **Б)** $-2a + 3 < -2b$;

В) $-3a - 1 > -3b - 1$; **Г)** $\frac{a+8}{-3} < \frac{b+8}{-3}$.

2 (2 т.) Решенията на неравенството

$x(x - 2)(x + 2) > (x - 3)(x^2 - 3x + 9) - 5$ са:

А) $x > 8$; **Б)** $x < 8$; **В)** $x > -5{,}5$; **Г)** $x < -5{,}5$.

3 (2 т.) За $\triangle ABC$ е изпълнено, че $AB : BC : AC = 6 : 4 : 5$.

За ъглите на $\triangle ABC$ е вярно, че:

А) $\alpha > \beta > \gamma$; **Б)** $\alpha < \beta < \gamma$; **В)** $\beta < \alpha < \gamma$; **Г)** $\beta < \gamma < \alpha$.

4 (3 т.) Решенията на неравенството

$(-2x-1)^2 - (x+1)^2 \le 3x\left(x+1\frac{1}{3}\right)+8$ са:

А) $x \ge -4$; **Б)** $x \le -4$; **В)** $x \ge 1\frac{1}{3}$; **Г)** $x \le 1\frac{1}{3}$.

5 (4 т.) Намерете най-малкото цяло число, което е решение на неравенството

$$\frac{2x+1}{3} - \frac{2}{3}\left(\frac{3x+1}{2} - \frac{x+5}{4}\right) > \frac{(x-2)^2}{3} - \frac{(2x-1)(x+5)}{6}.$$

____

____

____

____

____

____

6 (4 т.) Разликата на едно число с числото 4 е умножена по (– 3). Ако полученото произведение се раздели на 5, ще се получи число, по-голямо от 6. Намерете най-голямото естествено число, за което това е изпълнено.

____

____

____

____

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$, където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$