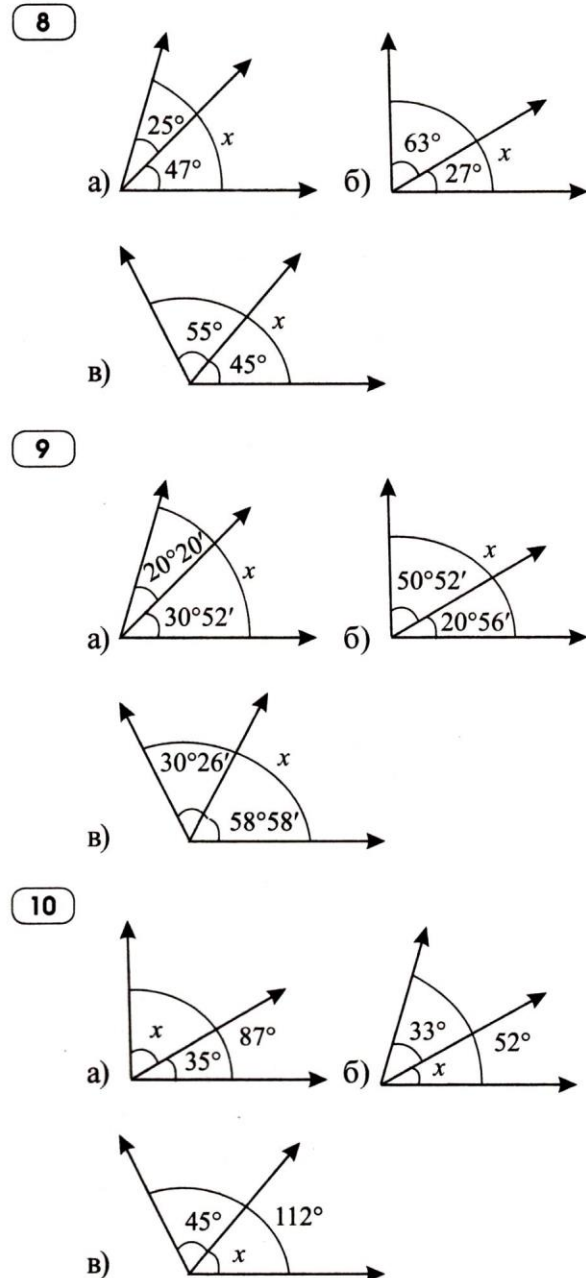


### 3. ОСНОВНИ ГЕОМЕТРИЧНИ ФИГУРИ

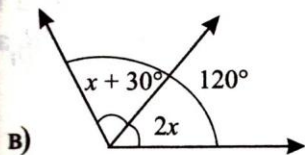
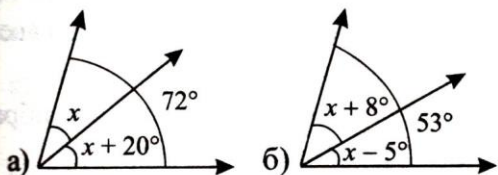
#### НИВО А → ЗАДАЧИ ЗА ВСИЧКИ УЧЕНИЦИ

- 1) Мярката на ъгъл е 3024 минути. Изразете мярката му във:  
 а) градуси и минути;  
 б) секунди.
- 2) На колко градуса е равен ъгълът между минутната и часовата стрелка на часовника във:  
 а) 1 часа;  
 б) 3 часа;  
 в) 22 часа?
- 3) Намерете сбора и разликата на ъглите  $\alpha$  и  $\beta$ , ако:  
 а)  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\beta = 31^\circ 44'$ ;  
 б)  $\alpha = 83^\circ 28'$ ,  $\beta = 35^\circ 47'$ ;  
 в)  $\alpha = 105^\circ 33' 32''$ ,  $\beta = 27^\circ 46'$ .
- 4) Ако  $\alpha = 33^\circ 48' 35''$ , намерете:  
 а)  $5\alpha$ ; б)  $\frac{1}{2}\alpha$ ; в)  $\frac{3}{4}\alpha$ .
- 5) Ако  $\sphericalangle POQ = 179^\circ 43'$  и  $OL \rightarrow$  е ъглополовящата му, намерете мерките на  $\sphericalangle POL$  и  $\sphericalangle LOQ$ .
- 6) Лъчът  $OC \rightarrow$  е вътрешен за  $\sphericalangle AOB = 140^\circ$ . Намерете  $\sphericalangle AOC$  и  $\sphericalangle COB$ , ако се знае, че:  
 а)  $\sphericalangle AOC$  е по-голям от  $\sphericalangle COB$  с  $30^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle AOC : \sphericalangle COB = 3 : 11$ .
- 7) Ако  $\alpha = 55^\circ$ , намерете  $\beta$ , който е:  
 а)  $\frac{5}{3}$  от  $\alpha$ ;  
 б)  $166\frac{2}{3}\%$  от  $\alpha$ ;  
 в) с 60% по-малък от  $\alpha$ .

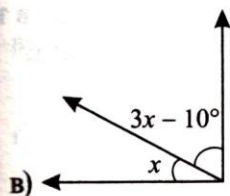
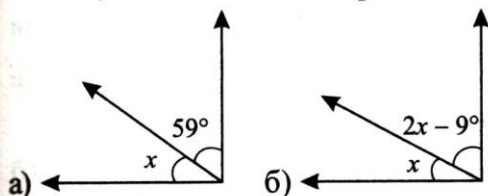
Намерете всеки от ъглите, означени с  $x$  на чертежите.



1



2 Ако  $\angle AOB = 90^\circ$ , намерете всеки от ъглите, означени с  $x$  на чертежите.



3 Намерете ъгъл  $\beta$ , който е съседен на  $\alpha$ , ако:

- а)  $\alpha = 58^\circ$ ;
- б)  $\alpha = 90^\circ$ ;
- в)  $\alpha = 136^\circ$ .

4 Намерете мерките на  $\angle AOB$  и  $\angle BOC$ , ако те са съседни и  $\angle AOB : \angle BOC = 5 : 7$ .

5 Пресметнете мерките на съседните ъгли, ако:

- а) единият е с  $90^\circ$  по-малък от другия;
- б) единият е с 25% по-голям от другия;
- в) разликата им е  $35^\circ$ .

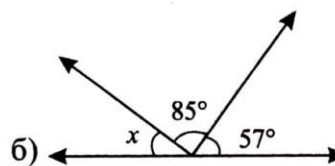
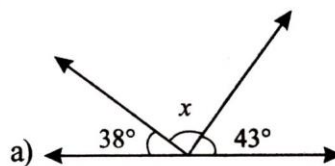
6 Намерете мярката на ъгъл, ако сборът от двата му съседни ъгъла е:

- а)  $50^\circ$ ; б)  $73^\circ$ ; в)  $260^\circ$ ; г)  $301^\circ$ .

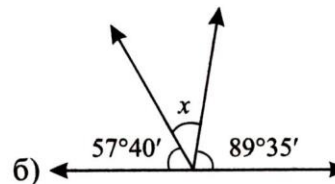
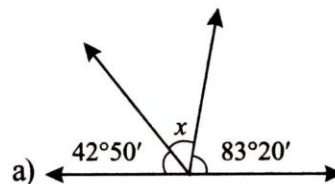
17 Намерете мярката на ъгъл, който е 2 пъти по-малък от сбора на двата му съседни ъгъла.

Ако  $\angle AOB$  е изправен, намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.

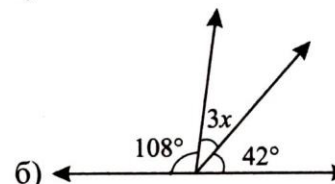
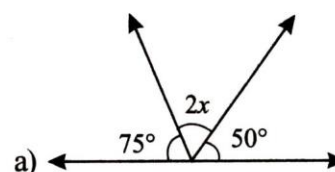
18



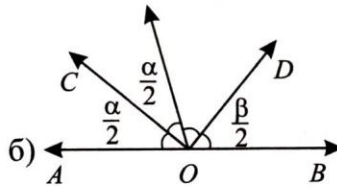
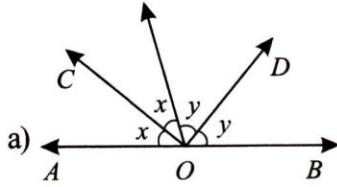
19



20



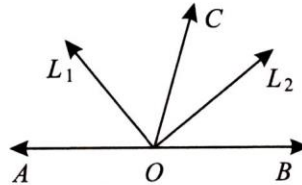
- 21) Намерете големината на  $\sphericalangle COD$  на всеки от чертежите.



- 22) Докажете, че ъглополовящите на два съседни ъгъла са перпендикулярни.

- 23) На чертежа  $\sphericalangle AOB$  е изправен и  $OL_1 \rightarrow$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle AOC$ , а  $OL_2 \rightarrow$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle BOC$ . Намерете  $\sphericalangle AOL_1$ , ако:

- а)  $\sphericalangle BOC = 42^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle BOL_2 = 35^\circ$ ;  
 в)  $\sphericalangle COL_2 = 47^\circ$ .



- 24) При пресичането на две прави сборът на три от ъглите е  $250^\circ$ . Намерете големината на четирите ъгъла.

- 25) Сборът на два от ъглите, образувани при пресичането на две прави, е:

- а)  $100^\circ$ ; б)  $250^\circ$ .

Намерете другите два ъгъла.

- 26) При пресичането на две прави единият от ъглите е равен на сбора от съседните си ъгли. Намерете този ъгъл.

- 27) Лъчът  $OC \rightarrow$  разделя  $\sphericalangle AOB = 120^\circ$  на два ъгъла, мерките на които се отнасят както  $7 : 5$ , считано от лъча  $OA \rightarrow$ . Лъчът  $OL \rightarrow$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle AOC$ . Намерете мярката на  $\sphericalangle LOB$ .

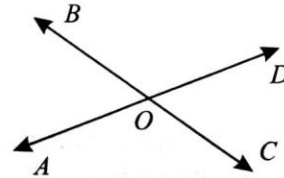
- 28) Докажете, че ъглополовящите на два върхни ъгъла лежат на една права.

- 29) Върхът на прав ъгъл е начало на лъч, който образува с едното му рамо ъгъл, равен на:

- а)  $26^\circ$ ; б)  $120^\circ$ .

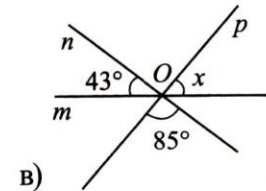
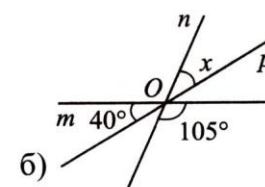
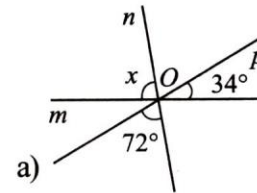
Намерете ъгъла, който този лъч образува с другото рамо на правия ъгъл.

- 30) Правите на чертежа се пресичат в точка O. Намерете големината на  $\sphericalangle AOB$ , ако:



- а)  $\sphericalangle AOB : \sphericalangle AOC = 4 : 5$ ;  
 б)  $\sphericalangle AOB + \sphericalangle DOC = 85^\circ$ ;  
 в)  $\sphericalangle BOD + \sphericalangle AOC = 254^\circ$ ;  
 г)  $\sphericalangle BOD : \sphericalangle DOC = 13 : 5$ .

- 31) Ако правите  $m$ ,  $n$  и  $p$  се пресичат в точка O, намерете големината на ъгъл  $x$ .



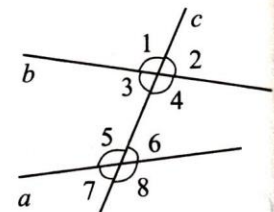
- 32) Намерете стойностите на номерираните на чертежа ъгли, ако:

- а)  $\sphericalangle 1 = 50^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 5 = 70^\circ$ ;

- б)  $\sphericalangle 2 = 45^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 6 = 80^\circ$ ;

- в)  $\sphericalangle 3 = 70^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 7 = 60^\circ$ ;

- г)  $\sphericalangle 4 = 90^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 8 = 110^\circ$ .





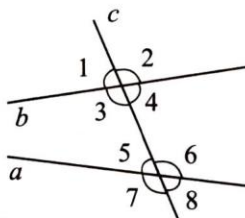
**33** Намерете стойностите на номерираните на чертежа ъгли, ако:

а)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 = 80^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 5 : \sphericalangle 6 = 4 : 5$ ;

б)  $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 160^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 7 = 2 \cdot \sphericalangle 5$ ;

в)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 300^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 6 + \sphericalangle 7 = 100^\circ$ ;

г)  $\sphericalangle 3 = 3 \cdot \sphericalangle 1$ ,  
 $\sphericalangle 7 = \sphericalangle 5$ .



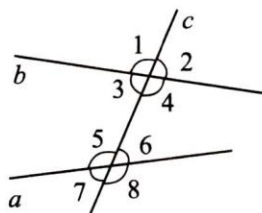
**34** Успоредни ли са правите  $a$  и  $b$  на чертежа, ако:

а)  $\sphericalangle 3 = 50^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 6 = 70^\circ$ ;

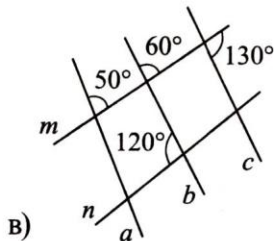
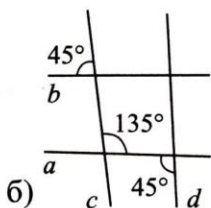
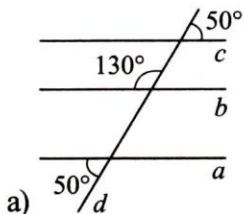
б)  $\sphericalangle 4 = 100^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 5 = 100^\circ$ ;

в)  $\sphericalangle 1 = 110^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 8 = 110^\circ$ ;

г)  $\sphericalangle 2 = 70^\circ$ ,  
 $\sphericalangle 5 = 110^\circ$ ?



**35** Като използвате означенията на чертежите, посочете двойките успоредни прави.



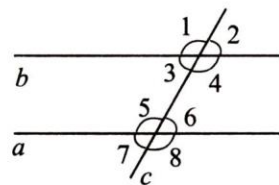
**36** На чертежа  $(a \parallel b) \cap c$ . Намерете номерираните ъгли, ако:

а)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 = 210^\circ$ ;

б)  $\sphericalangle 2 : \sphericalangle 4 = 4 : 5$ ;

в)  $\sphericalangle 3 + \sphericalangle 6 = 150^\circ$ ;

г)  $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 7 = 160^\circ$ .



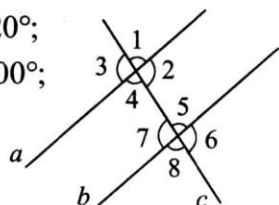
**37** На чертежа  $(a \parallel b) \cap c$ . Намерете големината на  $\sphericalangle 8$ , ако:

а)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 + \sphericalangle 5 = 120^\circ$ ;

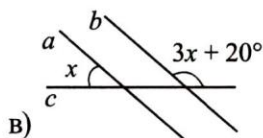
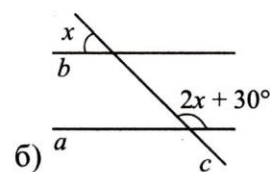
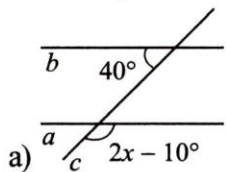
б)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 300^\circ$ ;

в)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 4 = 2 \cdot \sphericalangle 2$ ;

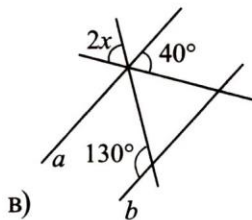
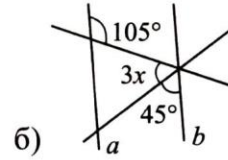
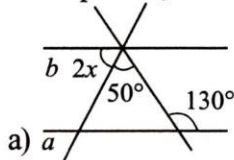
г)  $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 7 = 230^\circ$ .



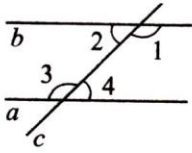
**38** На чертежите  $(a \parallel b) \cap c$ . Намерете големината на ъгъл  $x$ .



**39** На чертежите правите  $a$  и  $b$  са успоредни. Намерете  $x$ , ако:



- 40) Правите  $a$  и  $b$  са пресечени с трета права  $c$ . Като използвате означенията на чертежа, докажете, че ако  $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 3$ , то  $\sphericalangle 2 = \sphericalangle 4$ .

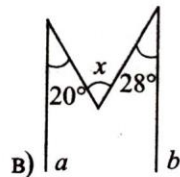
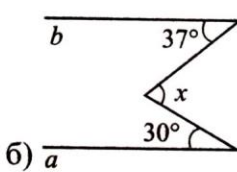
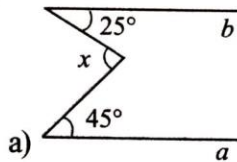


- 41) Един от ъглите при пресичането на две успоредни прави с трета е  $66^\circ$ . Намерете останалите ъгли.

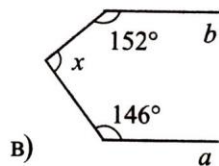
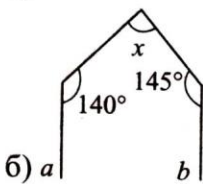
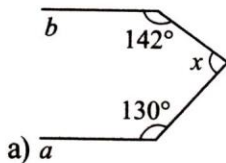
- 42) Две успоредни прави са пресечени с трета. Намерете всички ъгли, ако за двойка външно прилежащи ъгли е дадено, че:
- единият е с  $44^\circ$  по-голям от другия;
  - единият е 3 пъти по-малък от другия;
  - единият е 60% от другия.

Ако правите  $a$  и  $b$  са успоредни, намерете големината на ъгъл  $x$ .

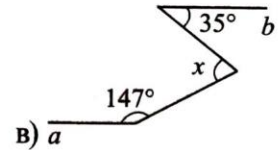
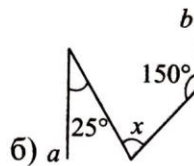
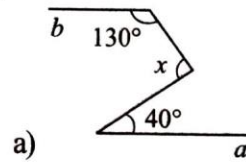
43)



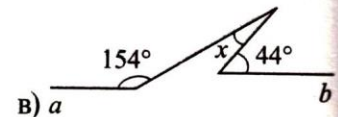
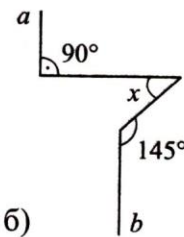
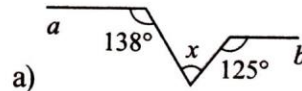
44)



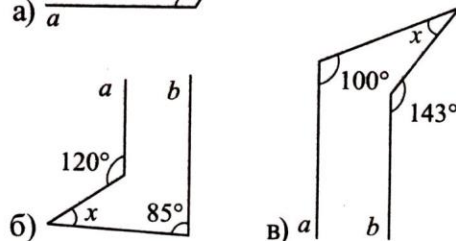
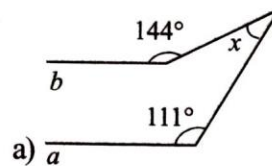
45)



46)



47)



- 48) В  $\triangle ABC$  ъгъл  $\gamma = 90^\circ$ . Намерете  $\alpha$ , ако:

- $\beta = 40^\circ$ ;
- $\beta = 52^\circ$ ;
- $\beta = 30^\circ 20'$ ;
- $\beta = 50^\circ 50'$ .

- 49) Намерете ъглите на  $\triangle ABC$ , ако  $\alpha = 30^\circ$  и:  
 а)  $\beta = 3\alpha$ ;  
 б)  $\beta$  е с  $30^\circ$  по-голям от  $\alpha$ ;  
 в)  $\gamma$  е 4 пъти по-голям от  $\beta$ ;  
 г)  $\beta : \gamma = 2 : 3$ .

- 50) За  $\triangle ABC$  е известно, че  $\sphericalangle B = 75^\circ 42'$ ,  $\sphericalangle C = 48^\circ 34'$ . Намерете  $\sphericalangle A$ .

- 51) Намерете ъглите  $\alpha, \beta, \gamma$  на  $\triangle ABC$ , ако:  
 а)  $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 2 : 4$ ;  
 б)  $\alpha = 60^\circ$  и  $\beta : \gamma = 4 : 11$ .

- 52) Съществува ли триъгълник с ъгли:  
 а)  $40^\circ, 50^\circ, 80^\circ$ ; б)  $40^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ ;  
 в)  $45^\circ, 55^\circ, 90^\circ$ ; г)  $35^\circ, 55^\circ, 90^\circ$ ;  
 д)  $5^\circ, 15^\circ, 160^\circ$ ?

- 53) Намерете острите ъгли  $\alpha$  и  $\beta$  на правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ), ако  $5\alpha = 13\beta$ .

- 54) В правоъгълен  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ )  $CH$  ( $H \in AB$ ) е височина. Ако  $\sphericalangle A = 38^\circ$ , намерете  $\sphericalangle BCH$ .

- 55) Намерете вътрешните ъгли  $\alpha, \beta, \gamma$  и външните ъгли  $\alpha', \beta', \gamma'$  на  $\triangle ABC$ , ако:  
 а)  $\alpha = 40^\circ, \beta' = 125^\circ$ ;  
 б)  $\alpha' = 70^\circ, \gamma' = 150^\circ$ ;  
 в)  $\alpha' : \beta' : \gamma' = 6 : 8 : 4$ .

- 56) В остроъгълния  $\triangle ABC$  височините  $AA_1$  ( $A_1 \in BC$ ) и  $BB_1$  ( $B_1 \in AC$ ) се пресичат в точка  $H$ . Намерете  $\sphericalangle AHB$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle A = 48^\circ, \sphericalangle B = 82^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle A + \sphericalangle B = 110^\circ$ ;  
 в)  $\sphericalangle C = 60^\circ$ .

- 57) В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle A = 40^\circ$ , а  $\sphericalangle B = 30^\circ$ . Продълженията на височините през върховете  $A$  и  $B$  се пресичат в точка  $H$ . Намерете  $\sphericalangle AHB$ .

- 58) В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle A = 100^\circ$ , а  $\sphericalangle B = 50^\circ$ . Правите, минаващи през височините от върховете  $A$  и  $B$ , се пресичат в точка  $H$ . Намерете  $\sphericalangle AHB$ .

- 59) В  $\triangle ABC$  с ъгли  $\alpha, \beta, \gamma$  ъглополовящите на ъглите при върховете  $A$  и  $B$  се пресичат в точка  $O$ . Намерете  $\sphericalangle AOB$ , ако:  
 а)  $\alpha = 38^\circ$  и  $\beta = 74^\circ$ ;  
 б)  $\alpha + \beta = 110^\circ$ ; в)  $\gamma = 86^\circ$ .

- 60) Докажете, че ъглополовящите на вътрешния и външния ъгъл при всеки връх на триъгълника са перпендикулярни.

- 61) Даден е остроъгълен  $\triangle ABC$  с ъглополовяща  $AL$  и височина  $AH$  (точките  $L$  и  $H$  са от страната  $BC$ ). Намерете  $\sphericalangle LAH$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle B = 60^\circ$  и  $\sphericalangle C = 50^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle B = \beta$  и  $\sphericalangle C = \gamma$  ( $\beta \neq \gamma$ ).

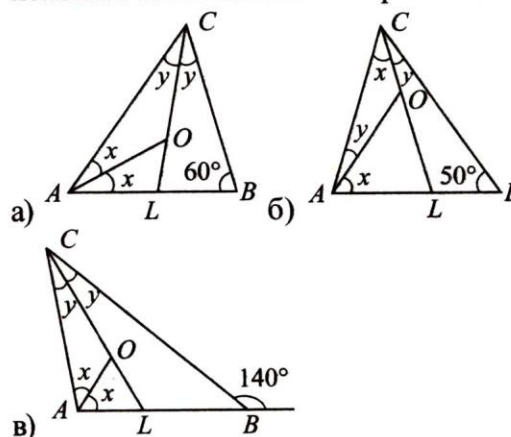
- 62) Определете ъгъла между ъглополовящите на острите ъгли в правоъгълния триъгълник.

- 63) В  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$ . Њглополовящата  $AL$  пресича височината  $CH$  в точка  $Q$ . Намерете  $\sphericalangle AQC$ .

- 64) В  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 4 : 11$ . Њглополовящата  $BL$  пресича височината  $CH$  в точка  $Q$ . Намерете  $\sphericalangle BQC$ .

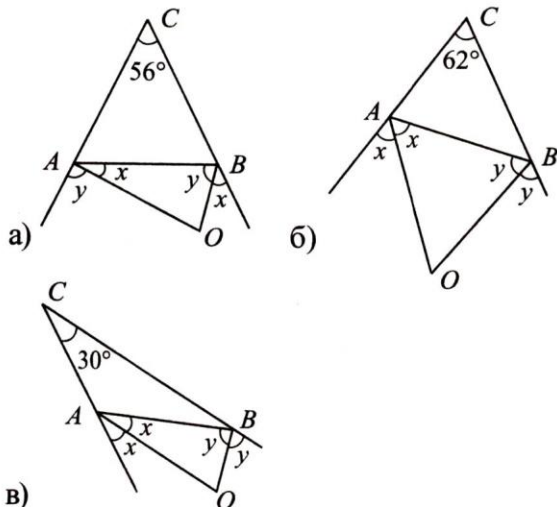
- 65) В  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 6 : 7$ . Височината  $AH$  пресича ъглополовящата  $CL$  в точка  $Q$ . Намерете  $\sphericalangle AQC$ .

- 66) Намерете големината на  $\sphericalangle AOL$ , като използвате означенията на чертежите.





- 67) Намерете големината на  $\sphericalangle AOB$ , като използвате означенията на чертежите.



- 68) Намерете ъглите на триъгълник, чиито външни ъгли са 2 пъти по-големи от вътрешните.

- 69) Намерете ъглите на триъгълник, ако единият вътрешен ъгъл е равен на съответния външен, а другият външен ъгъл е 3 пъти по-голям от съответния вътрешен ъгъл.

- 70) В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle CAB = \sphericalangle ABC$ . Докажете, че ъглополовящата на външния ъгъл при върха  $C$  е успоредна на  $AB$ .

- 71) В остроъгълния  $\triangle ABC$   $CD$  е височина и  $DQ \perp AC$  ( $Q \in AC$ ). Ако  $\sphericalangle ACD = 32^\circ$ , намерете големината на  $\sphericalangle ADQ$ .

- 72) В  $\triangle ABC$   $AL$  е ъглополовяща и  $LM \parallel AC$  ( $M \in AB$ ). Ако  $\sphericalangle ALM = 28^\circ$ , намерете големината на  $\sphericalangle AML$ .

- 73) В  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 5 : 6 : 7$  и  $AL$  е ъглополовяща. Ако  $LQ \parallel AB$  ( $Q \in AC$ ), намерете ъглите на  $\triangle ALQ$ .

- 74) В остроъгълния  $\triangle ABC$   $AD$  е височина и  $DQ \perp AB$  ( $Q \in AB$ ). Ако  $\sphericalangle BDQ = 38^\circ$ , намерете големината на  $\sphericalangle BAD$ .

- 75) В  $\triangle ABC$   $\beta = 52^\circ$  и  $\gamma = 36^\circ$ . Ако  $AH$  и  $AL$  са съответно височина и ъглополовяща, намерете големината на  $\sphericalangle HAL$ .

- 76) В  $\triangle ABC$   $\alpha = 65^\circ$  и  $\beta = 40^\circ$ . Ако  $CD$  и  $CL$  са съответно височина и ъглополовяща, намерете големината на  $\sphericalangle DCL$ .

- 77) В  $\triangle ABC$   $CM$  е вътрешна ъглополовяща, а  $CN$  е външна ъглополовяща. Ако  $\sphericalangle CNA = 35^\circ 35'$ , намерете големината на  $\sphericalangle AMC$ .

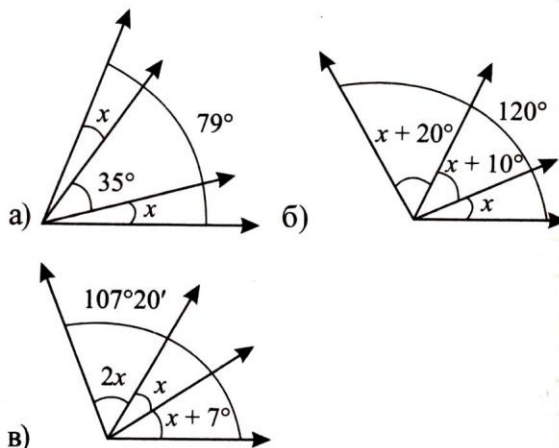
- 78) В  $\triangle ABC$   $BM$  е вътрешна ъглополовяща, а  $BN$  е външна ъглополовяща. Ако  $\sphericalangle BNA = 52^\circ 52'$ , намерете големината на  $\sphericalangle BMC$ .

- 79) В  $\triangle ABC$   $AA_1$  и  $CC_1$  са височини. Ако  $\sphericalangle ACC_1 = 40^\circ$  и  $\sphericalangle BAA_1 = 30^\circ$ , намерете ъглите на  $\triangle ABC$ .

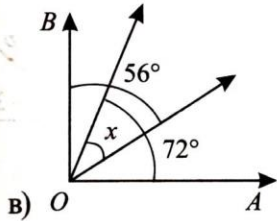
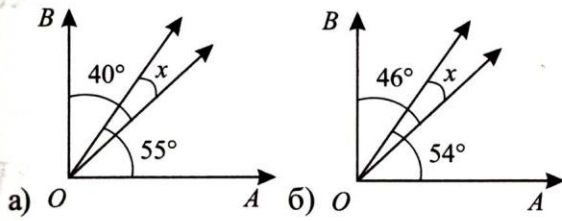
- 80) В  $\triangle ABC$   $AA_1$  и  $BB_1$  са височини. Ако  $\sphericalangle CAA_1 = 25^\circ$  и  $\sphericalangle ABB_1 = 35^\circ$ , намерете ъглите на  $\triangle ABC$ .

## НИВО Б → ЗАДАЧИ ЗА ОТЛИЧНА ПОДГОТОВКА

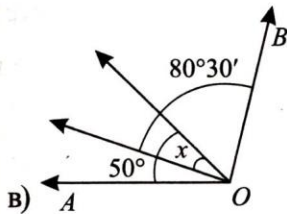
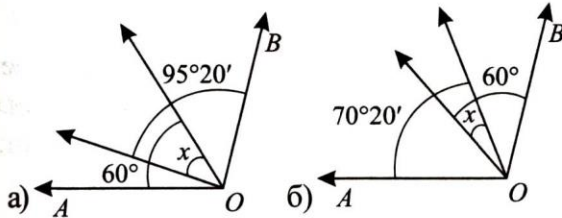
- 81) На всеки от чертежите намерете големината на ъгъл  $x$ .



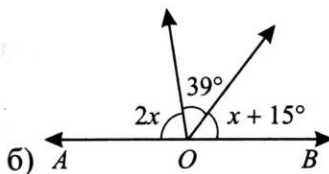
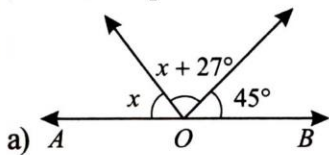
- 82** Ако  $\sphericalangle AOB = 90^\circ$ , на всеки от чертежите намерете големината на ъгъл  $x$ .



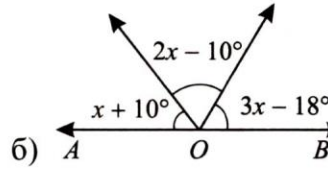
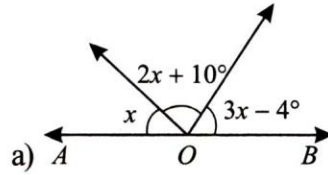
- 83** Ако  $\sphericalangle AOB = 110^\circ$ , на всеки от чертежите намерете големината на ъгъл  $x$ .



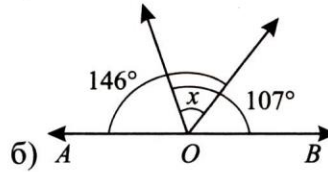
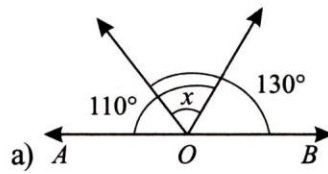
- 84** Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, на всеки от чертежите намерете големината на ъгъл  $x$ .



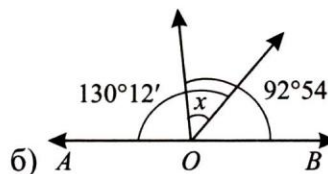
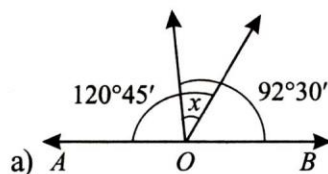
- 85** Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, на всеки от чертежите намерете големината на ъгъл  $x$ .



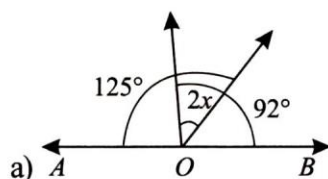
- 86** Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.



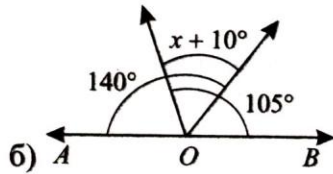
- 87** Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.



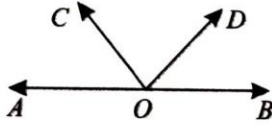
- 88** Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.





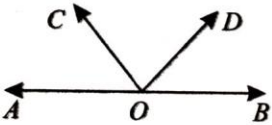


- 89) На чертежа  $\sphericalangle AOB$  е изправен. Намерете големината на  $\sphericalangle AOD$ , ако:



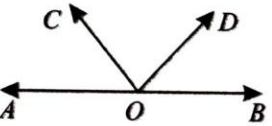
- а)  $\sphericalangle AOC : \sphericalangle COD : \sphericalangle DOB = 3 : 4 : 5$ ;  
 б)  $\sphericalangle AOC : \sphericalangle COD : \sphericalangle DOB = 2 : 5 : 3$ .

- 90) На чертежа  $\sphericalangle AOB$  е изправен. Намерете големината на  $\sphericalangle BOC$ , ако:



- а)  $\sphericalangle AOC : \sphericalangle BOD = 3 : 4$  и  $\sphericalangle COD = 40^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle AOC : \sphericalangle COD = 4 : 7$  и  $\sphericalangle BOD = 70^\circ$ .

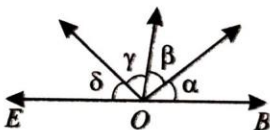
- 91) На чертежа  $\sphericalangle AOB$  е изправен. Намерете големината на  $\sphericalangle COD$ , ако:



- а)  $\sphericalangle AOD : \sphericalangle COD : \sphericalangle BOD = 13 : 7 : 5$ ;  
 б)  $\sphericalangle AOC : \sphericalangle COD : \sphericalangle BOC = 3 : 8 : 15$ .

- 92) Единият от четирите ъгъла, образувани при пресичането на две прави, е с  $300^\circ$  по-малък от сбора на останалите три. Намерете този ъгъл.

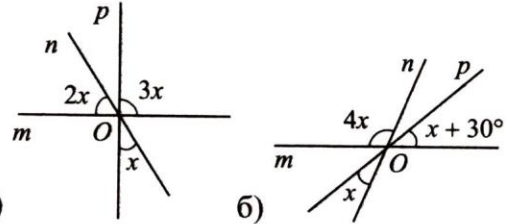
- 93) Лъчите  $OA$  и  $OE$  са противоположни. Като използвате означенията на чертежа, намерете:



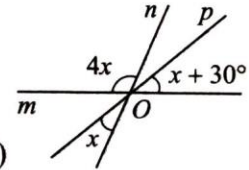
- а)  $\beta$ , ако  $\alpha : \gamma : \delta = 3 : 4 : 5$  и  $\delta = 60^\circ$ ;  
 б)  $\gamma$ , ако  $\alpha = \beta$  и са  $\frac{3}{4}$  от  $\gamma$  и  $\frac{3}{5}$  от  $\delta$ .

- 94) През върха на  $\sphericalangle AOB = \alpha$  са прекарани прави, перпендикулярни на раменете му. Намерете ъглите, получени при пресичането на тези прави, ако:  
 а)  $\alpha < 90^\circ$ ; б)  $\alpha = 90^\circ$ ;  
 в)  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .

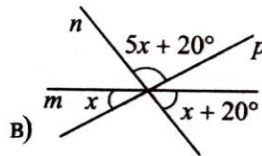
- 95) Ако правите  $m$ ,  $n$  и  $p$  се пресичат в точка  $O$ , намерете големината на ъгъл  $x$ .



а)



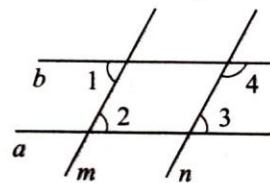
б)



в)

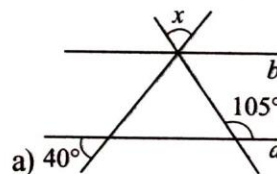
- 96) Намерете ъглите, образувани от две пресичащи се прави, ако единият от тях е:  
 а) разликата на два от другите ъгли;  
 б) сборът на два от другите ъгли;  
 в) 25% от някой от другите ъгли;  
 г) с 40% по-голям от някой от другите ъгли.

- 97) На чертежа  $a \parallel b$  и  $m \parallel n$ . Намерете големината на  $\sphericalangle 4$ , ако:

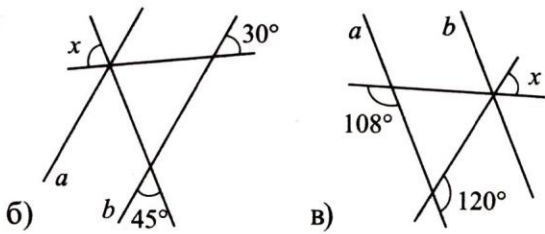


- а)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 = 110^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle 1 + \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 = 150^\circ$ ;  
 в)  $\sphericalangle 2 + \sphericalangle 3 + \sphericalangle 4 = 230^\circ$ ;  
 г)  $\sphericalangle 4 - \sphericalangle 2 = 50^\circ$ .

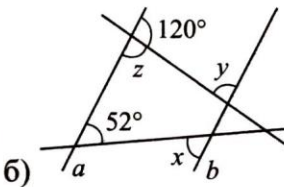
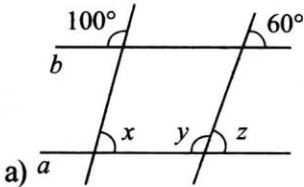
- 98) На чертежите  $a \parallel b$ . Намерете ъгъл  $x$ .



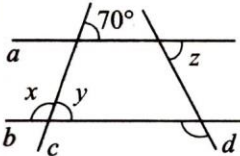
а)



99 На чертежите правите  $a$  и  $b$  са успоредни. Намерете ъглите, означени с  $x, y, z$ .



100 Правите  $a, b, c, d$  са разположени, както е показано на чертежа, като  $a \parallel b$ . Означени са дадените ъгли. Намерете ъглите, означени с  $x, y, z$ .



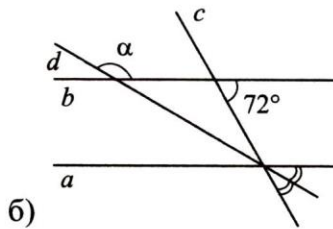
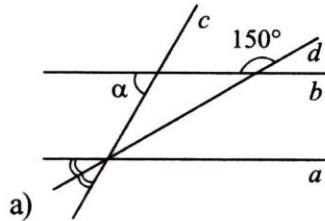
101 Правата  $c$  пресича правите  $a$  и  $b$ , като  $\sphericalangle(a; c) = 102^\circ$ . Ъглополовящата на съседния му ъгъл пресича правата  $b$  под ъгъл, равен на  $39^\circ$ . Докажете, че правите  $a$  и  $b$  са успоредни.

102 При пресичането на две прави  $a$  и  $b$  с трета права  $c$  ъглополовящите на два кръстни ъгъла лежат на успоредни прави. Докажете, че правите  $a$  и  $b$  са успоредни.

103 Ако успоредните прави  $a$  и  $b$  са пресечени с правата  $c$ , докажете, че:

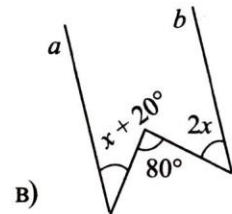
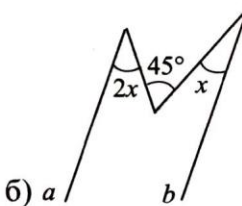
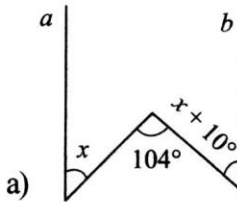
- ъглополовящите на двойка кръстни ъгли лежат на успоредни прави;
- ъглополовящите на двойка съответни ъгли лежат на успоредни прави.

104 Правите  $a$  и  $b$  са успоредни, а правата  $d$  е ъглополовяща на ъгъла между правите  $a$  и  $c$ . Намерете големината на ъгъл  $\alpha$ .

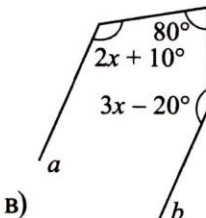
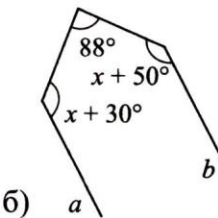
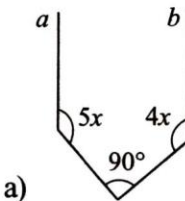


Ако правите  $a$  и  $b$  са успоредни, намерете големината на ъгъл  $x$ .

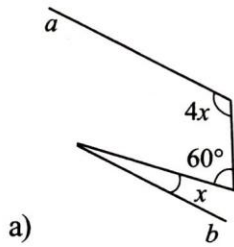
105



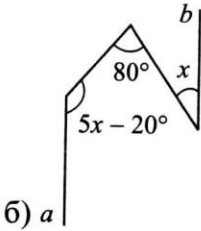
106



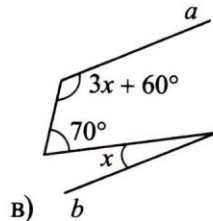
107



a)

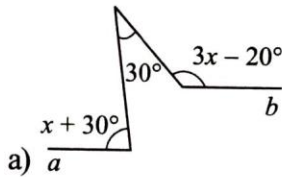


б)

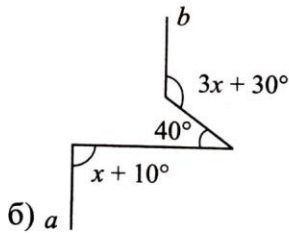


в)

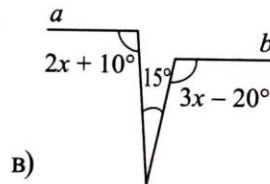
108



a)

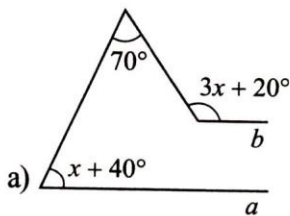


б)

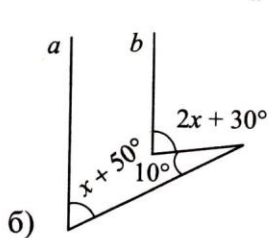


в)

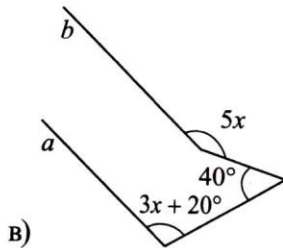
109



a)



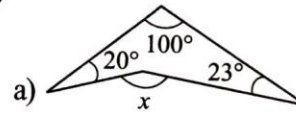
б)



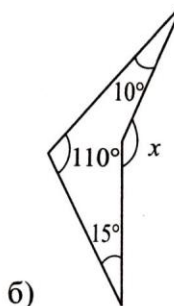
в)

Като използвате означенията на чертежите, намерете големината на ъгъл  $x$ .

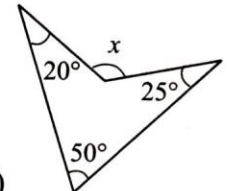
110



a)

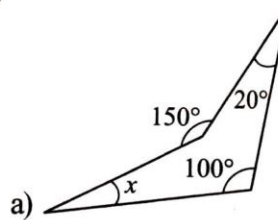


б)

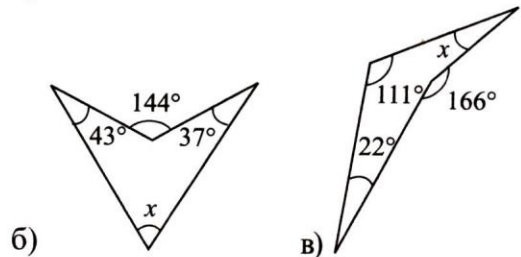


в)

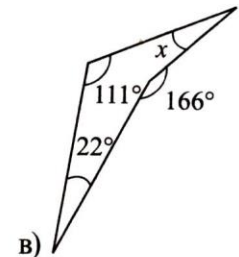
111



a)

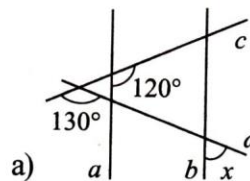


б)

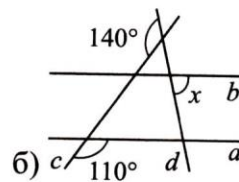


в)

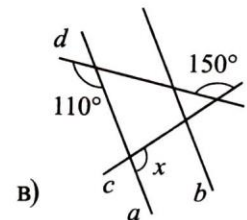
112 На чертежите успоредните прави  $a$  и  $b$  са пресечени с правите  $c$  и  $d$ . Намерете големината на ъгъл  $x$ .



a)



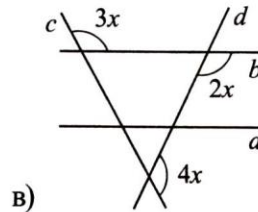
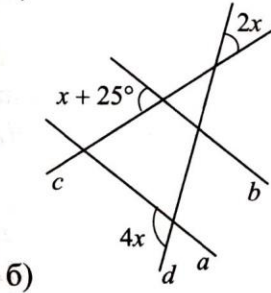
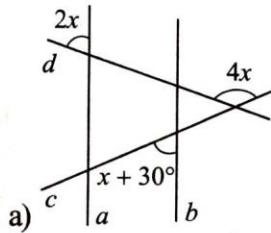
б)



в)



- 113 На чертежите успоредните прави  $a$  и  $b$  са пресечени с правите  $c$  и  $d$ . Намерете големината на ъгъл  $x$ .



- 114 Определете вида на триъгълника, ако сборът на двата му ъгъла е равен на третия ъгъл.

- 115 Докажете, че сборът от външните ъгли на всеки триъгълник е равен на  $360^\circ$ .

- 116 Отговорете на въпросите и обосновайте отговорите:

- Има ли триъгълник с два остри външни ъгъла?
- Има ли триъгълник с два прави външни ъгъла?
- Има ли триъгълник с три прави външни ъгъла?

- 117 Ако успоредните прави  $a$  и  $b$  са пресечени с правата  $c$ , докажете, че ъглополовящите на двойка прилежащи ъгли са перпендикулярни.

- 118 В правоъгълния  $\triangle ABC$   $CH$  ( $H \in AB$ ) е височина към хипотенузата  $AB$ . Докажете, че ъглите на триъгълниците  $ACH$  и  $CBH$  са равни на ъглите на  $\triangle ABC$ .

- 119 Определете ъглите на триъгълник, който има два равни ъгъла и сборът им е равен на третия ъгъл.

- 120 Намерете ъглите  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  на  $\triangle ABC$ , ако  $\alpha$  е  $\frac{2}{3}$  от  $\beta$  и  $40\%$  от  $\gamma$ .

- 121 В правоъгълния  $\triangle ABC$   $CH$ ,  $CL$  и  $CM$  са съответно височина, ъглополовяща и медиана към хипотенузата. Докажете, че  $CL$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle HCM$ .

- 122 Определете вида на триъгълника, ако сборът от двата му ъгъла е  $\frac{3}{5}$  от третия ъгъл.

- 123 Њглополовящата на остър ъгъл на правоъгълен триъгълник пресича катет под ъгъл, равен на един от ъглите на триъгълника. Намерете острите ъгли на триъгълника.

- 124 Точките  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  съответно от страните  $CA$ ,  $AB$  и  $BC$  на  $\triangle ABC$  са такива, че  $A_1B_1 \perp AB$ ,  $B_1C_1 \perp BC$  и  $C_1A_1 \perp CA$ . Докажете, че  $\triangle A_1B_1C_1$  има ъгли, равни на тези на  $\triangle ABC$ .

- 125 Височините  $AA_1$  и  $BB_1$  на остроъгълния  $\triangle ABC$  се пресичат в точка  $H$ . Намерете ъглите на триъгълника, ако:

- $\sphericalangle ANB = 110^\circ$  и  $\sphericalangle A : \sphericalangle B = 3 : 2$ ;
- $\sphericalangle ANB = 130^\circ$  и  $\sphericalangle A_1AB = 42^\circ$ .

- 126 Височината  $CD$  на  $\triangle ABC$  образува със страната  $AC$  ъгъл, равен на  $18^\circ$ . Намерете:

- мярката на  $\sphericalangle BAC$ ;
- мярката на  $\sphericalangle ABC$ , ако външният ъгъл при върха  $C$  е равен на  $150^\circ$ .

- 127 В остроъгълния  $\triangle ABC$  височините  $AA_1$  ( $A_1 \in BC$ ) и  $BB_1$  ( $B_1 \in AC$ ) се пресичат в точка  $H$ . Докажете, че  $\sphericalangle ANB = \alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$ .

- 128 Њглополовящите  $AA_1$  и  $BB_1$  на  $\triangle ABC$  се пресичат в точка  $O$ . Намерете:

- $\gamma$ , ако  $\sphericalangle AOB = 125^\circ$ ;
- $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , ако  $\sphericalangle AOB = 120^\circ$  и  $\alpha : \beta = 7 : 5$ ;
- $\alpha$  и  $\beta$ , ако  $\gamma = 80^\circ$  и  $\sphericalangle BAO : \sphericalangle ABO = 8 : 17$ .

**129** В  $\triangle ABC$  ъглополовящите  $AA_1$  и  $BB_1$  образуват остър ъгъл, равен на  $40^\circ$ . Намерете ъгъла при върха  $C$ .

**130** Њгълът между ъглополовящата и височината към хипотенузата в правоъгълен триъгълник е  $16^\circ$ . Намерете острите ъгли на триъгълника.

**131** Докажете, че ъгълът между ъглополовящата и височината към хипотенузата в правоъгълния триъгълник е с  $45^\circ$  по-малък от един от острите му ъгли.

**132** Њглополовящите на ъглите в  $\triangle ABC$  се пресичат в точка  $O$ . Докажете, че:

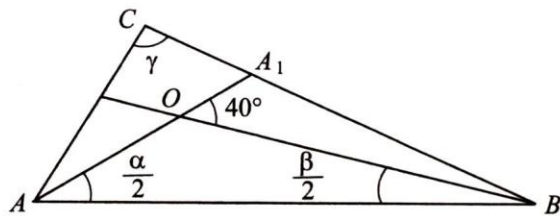
а)  $\sphericalangle BOC = 180^\circ - \frac{\beta + \gamma}{2} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$ ;

б)  $\sphericalangle AOC = 180^\circ - \frac{\alpha + \gamma}{2} = 90^\circ + \frac{\beta}{2}$ ;

в)  $\sphericalangle AOB = 180^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2} = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}$ .

**133** Правите, минаващи през ъглополовящите на  $\sphericalangle A$  и  $\sphericalangle B$  в  $\triangle ABC$ , образуват при пресичането си ъгъл, равен на  $40^\circ$ . Намерете  $\sphericalangle C$ .

Упътване:



$\sphericalangle AOB = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}$  (тъп ъгъл)

$\Rightarrow \sphericalangle A_1OB = 40^\circ$

I начин:

1)  $\sphericalangle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

(съседни ъгли)

2)  $90^\circ + \frac{\gamma}{2} = 140^\circ \Rightarrow \gamma = 100^\circ$

II начин:

$\sphericalangle A_1OB = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}$  (като външни за  $\triangle ABO$ )

$\frac{\alpha + \beta}{2} = 40^\circ$

$\alpha + \beta = 80^\circ \Rightarrow \gamma = 100^\circ$

**134** Њглополовящите на външните ъгли на  $\triangle ABC$  образуват триъгълник с върхове  $M$ ,  $N$  и  $P$ . Намерете ъглите на  $\triangle MNP$ , ако:

а)  $\sphericalangle A = 50^\circ$ ,  $\sphericalangle B = 70^\circ$ ;

б)  $\sphericalangle A = \alpha$ ,  $\sphericalangle B = \beta$ ,  $\sphericalangle C = \gamma$ .

**135** Докажете, че ако ъглополовящите на два прилежащи ъгъла, образувани при пресичането на две прави с трета, са перпендикулярни, то двете прави са успоредни.

**136** Височините на  $\triangle ABC$  се пресичат в точка  $H$ , вътрешна за триъгълника. Докажете, че  $\sphericalangle HAB = \sphericalangle HCB$ ,  $\sphericalangle HBC = \sphericalangle HCA$  и  $\sphericalangle HCA = \sphericalangle HBA$ .

**137** Точка  $H$  е вътрешна за  $\triangle ABC$  и такава, че  $\sphericalangle HAB = \sphericalangle HCB$ ,  $\sphericalangle HBC = \sphericalangle HCA$  и  $\sphericalangle HCA = \sphericalangle HBA$ . Докажете, че правите  $AH$ ,  $BH$  и  $CH$  са перпендикулярни съответно на  $BC$ ,  $CA$  и  $AB$ .

**138** За  $\triangle ABC$   $M$  е произволна точка от правата  $AB$  ( $B$  е между  $A$  и  $M$ ). Докажете, че:

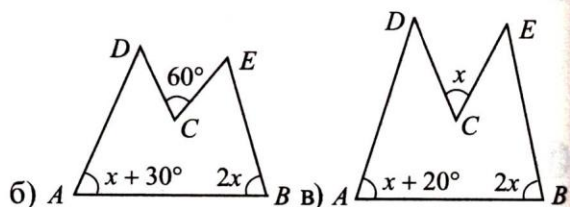
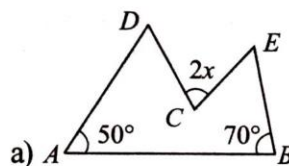
а)  $\sphericalangle CBM > \sphericalangle CAB$ ;

б)  $\sphericalangle CBA > \sphericalangle CMB$ ;

в)  $\sphericalangle CBA > \sphericalangle BCM$ .

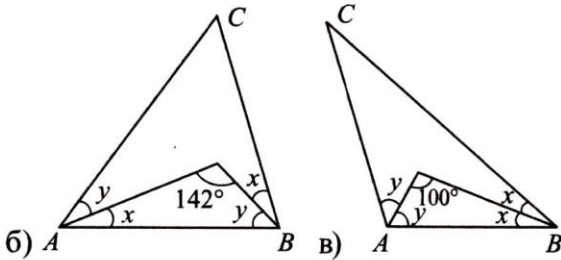
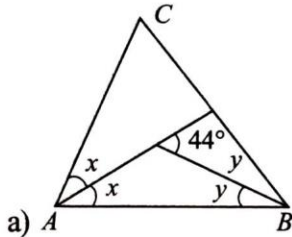
**139** За  $\triangle ABC$   $M$  и  $P$  са произволни точки съответно от страната  $BC$  и от отсечката  $AM$ . Докажете, че  $\sphericalangle AMB > \sphericalangle CPM > \sphericalangle ACP$ .

**140** Ако  $AD \parallel CE$  и  $BE \parallel DC$ , намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.

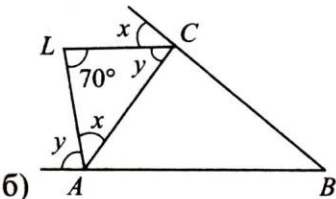
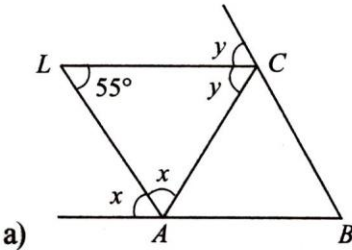




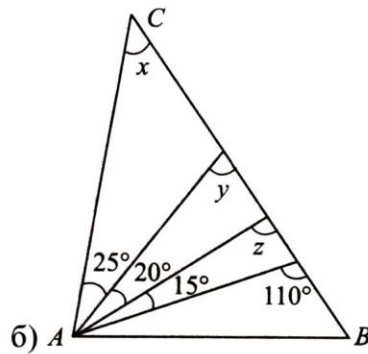
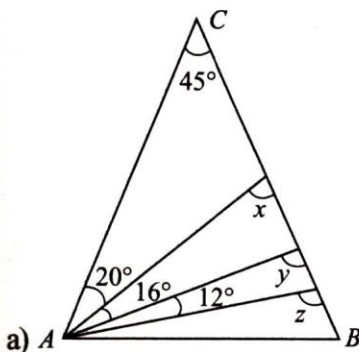
- 141 Намерете големината на  $\sphericalangle ACB$ , като използвате означенията на чертежите.



- 142 Намерете големината на  $\sphericalangle ABC$ , като използвате означенията на чертежите.



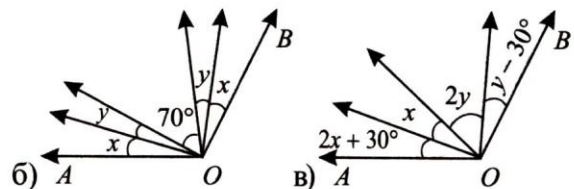
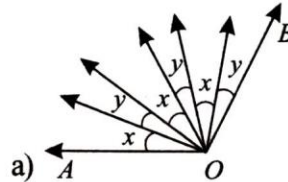
- 143 Намерете големината на  $x, y$  и  $z$ , като използвате означенията на чертежите.



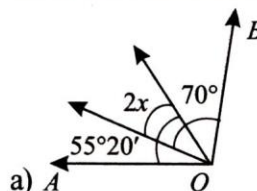
- 144 В  $\triangle ABC$  ъглополовящите на  $\sphericalangle BAC$  и  $\sphericalangle ABC$  се пресичат в точка  $O$ . Ако  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle ACB + 30^\circ$ , намерете големината на  $\sphericalangle ACB$ .
- 145 В  $\triangle ABC$  ъглополовящите на  $\sphericalangle CAB$  и  $\sphericalangle ACB$  се пресичат в точка  $O$ . Ако  $\sphericalangle AOC - 20^\circ = \sphericalangle ABC$ , намерете големината на  $\sphericalangle ABC$ .

## НИВО В → ЗАДАЧИ ЗА СЪСТЕЗАНИЯ

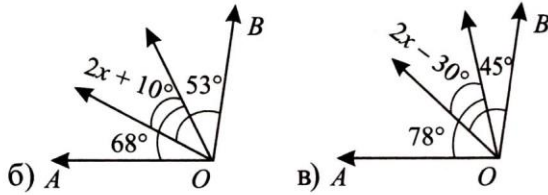
- 146 Ако  $\sphericalangle AOB = 120^\circ$ , намерете големината на  $x + y$  на всеки от чертежите.



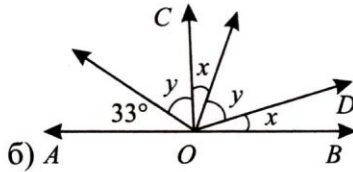
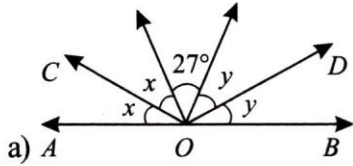
- 147 Ако  $\sphericalangle AOB = 100^\circ$ , намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.



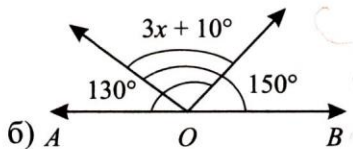
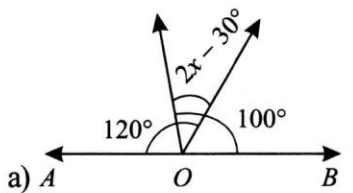




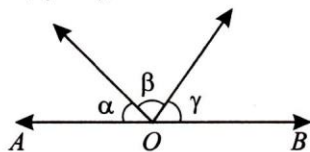
148 Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, намерете големината на  $\sphericalangle COD$  на всеки от чертежите.



149 Ако  $\sphericalangle AOB$  е изправен, намерете големината на ъгъл  $x$  на всеки от чертежите.



150 На чертежа  $\sphericalangle AOB$  е изправен. Намерете  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , ако:



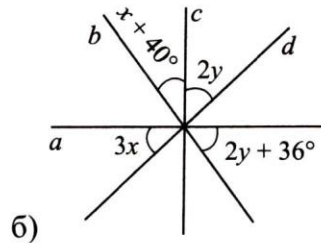
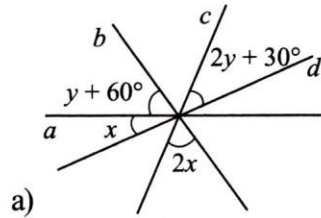
- а)  $\alpha : \beta = 5 : 6$  и  $\beta : \gamma = 2 : 3$ ;  
 б)  $\alpha : \beta = 1 : 6$  и  $\beta : \gamma = 3 : 4$ .

151 Разликата на два съседни ъгъла е равна на единия от тях. На колко градуса е равен всеки от ъглите?

152  $OL \rightarrow$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle NOP$ , съседен на  $\sphericalangle MON$ . Ако лъчът  $OQ \rightarrow$ , вътрешен за  $\sphericalangle MON$ , е перпендикулярен на  $OL \rightarrow$ , докажете, че  $OQ \rightarrow$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle MON$ .

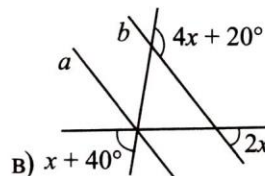
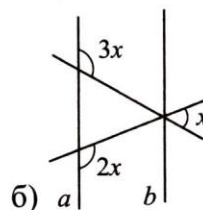
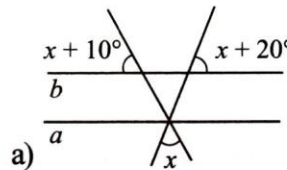
153 Намерете мярката на ъгъл, който е 7 пъти по-голям от сбора на двата му съседни ъгъла.

154 Правите  $a, b, c$  и  $d$  се пресичат в една точка. Намерете големината на  $x + y$ .

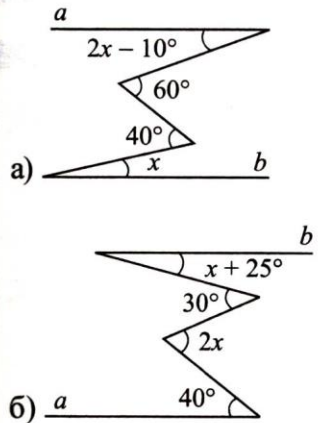


На чертежите правите  $a$  и  $b$  са успоредни. Намерете големината на ъгъл  $x$ .

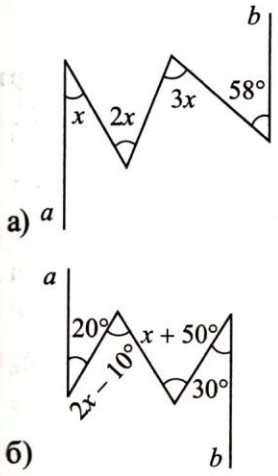
155



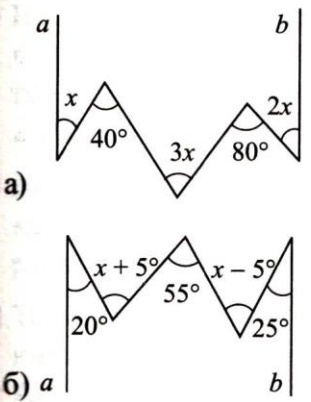
156



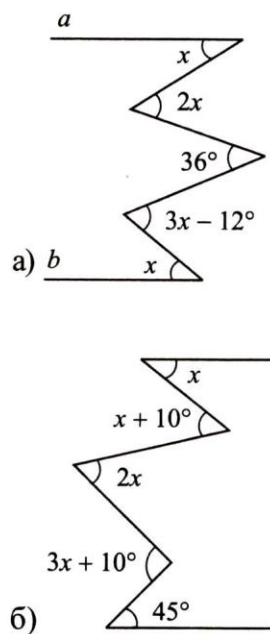
157



158

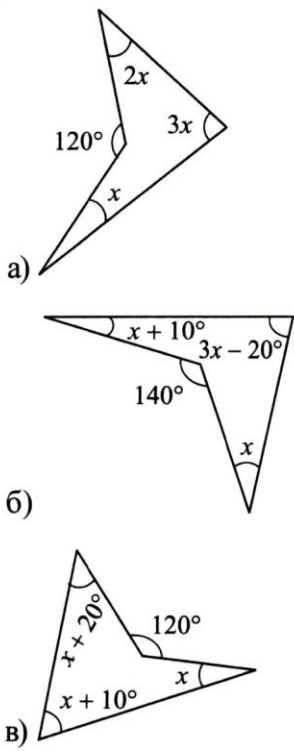


159

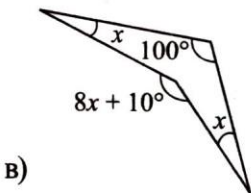
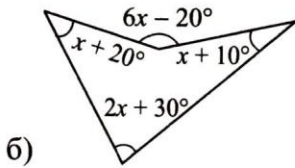
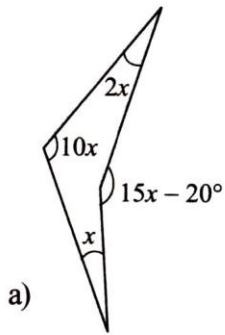


Като използвате означенията на чертежите, намерете големината на ъгъл  $x$ .

160



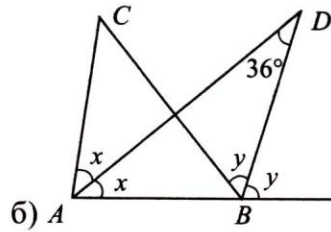
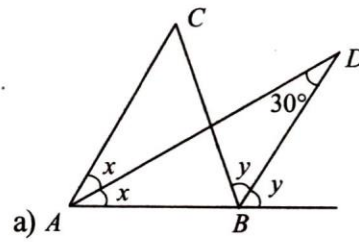
161



162 В  $\triangle ABC$  точка  $M$  е от страната  $BC$ , а  $P$  е точка от правата  $AB$  и е такава, че  $B$  е между  $A$  и  $P$ . Докажете, че  $\sphericalangle PBC > \sphericalangle AMB > \sphericalangle ACM$ .

163 Точка  $M$  е вътрешна за  $\triangle ABC$ . Докажете, че  $\sphericalangle AMB > \sphericalangle ACB$ .

164 Като използвате означенията на чертежите, намерете големината на  $\sphericalangle ACB$ .



165 Като използвате означенията на чертежите, намерете големината на  $\sphericalangle ADC$ .

