

- 28) Намерете ъглите на равнобедрен  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ), ако:  
 а)  $\alpha = 50^\circ 34'$ ;      б)  $\gamma = 84^\circ 2'$ .
- 29) Намерете ъглите на равнобедрен триъгълник, ако е известно, че един от тях е:  
 а)  $140^\circ$ ;      б)  $52^\circ$ .
- 30) Намерете ъглите на равнобедрен триъгълник, ако един от външните му ъгли е:  
 а)  $150^\circ$ ;      б)  $50^\circ$ .
- 31) Намерете страните на равнобедрен триъгълник с периметър 48 cm, ако:  
 а) основата му има дължина 12 cm;  
 б) бедрото му има дължина 20 cm;  
 в) бедрото му е два пъти по-голямо от основата;  
 г) бедрото му се отнася към основата както 3 : 2.
- 32) Намерете страните на равнобедрен триъгълник с периметър 56 cm, ако:  
 а) основата му е 80% от бедрото;  
 б) основата му е с 20% по-голяма от бедрото;  
 в) основата му е  $33\frac{1}{3}\%$  от бедрото;  
 г) основата му е  $\frac{2}{3}$  от бедрото.
- 33) Намерете ъглите на  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ), ако:  
 а)  $\sphericalangle A : \sphericalangle C = 4 : 1$ ;      б)  $\sphericalangle A = 2 \sphericalangle C$ ;  
 в)  $\sphericalangle B = \sphericalangle C - 30^\circ$ ;      г)  $\sphericalangle B = \frac{1}{3}$  от  $\sphericalangle C$ .
- 34) Намерете ъглите на  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ), ако:  
 а)  $\sphericalangle A$  е три пъти по-голям от  $\sphericalangle B$ ;      б)  $\sphericalangle A$  е с 60% по-голям от  $\sphericalangle C$ ;  
 в)  $\sphericalangle B$  е 40% от  $\sphericalangle A$ ;      г)  $\sphericalangle B + \sphericalangle C = \sphericalangle A$ .
- 35) Намерете вътрешните ъгли на  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ), ако:  
 а) външният ъгъл при върха  $A$  е  $110^\circ$ ;  
 б) външният ъгъл при върха  $C$  е  $80^\circ$ ;  
 в) външният ъгъл при върха  $B$  е с  $40^\circ$  по-голям от вътрешния ъгъл при същия връх;  
 г) външен ъгъл при основата е с 25% по-голям от външния ъгъл при върха.
- 36) В равнобедрен триъгълник сборът от вътрешните ъгли и един от външните му ъгли е  $300^\circ$ . Намерете ъглите на триъгълника.
- 37) В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ )  $\sphericalangle C = 20^\circ$ . Върху лъча  $AB$  е взета точка  $N$ , така че  $BN = BC$  ( $B$  е между  $A$  и  $N$ ). Намерете ъглите на  $\triangle ANC$ .
- 38) В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $AC = BC$ ) ъглополовящата на  $\sphericalangle A$  пресича  $BC$  в точка  $L$ . Намерете ъглите на  $\triangle ABC$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle ALC = 126^\circ$ ;      б)  $\sphericalangle ALB = 132^\circ$ .

#### 4 ЕДНАКВИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

39 Ъглополовящата на два от ъглите в триъгълника се пресичат в точка  $O$ . Докажете, че точката  $O$  е на равни разстояния от трите страни на триъгълника.

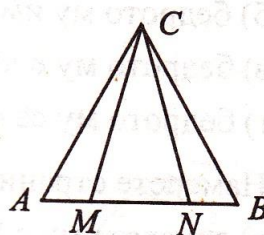
40 Триъгълникът  $ABC$  е равнобедрен с основа  $AB$  и бедра, равни на 10 cm. Разстоянията на точка  $P$  от  $AB$  до бедрата на триъгълника са 5 cm и 3 cm. Намерете:

- лицето на  $\triangle ABC$ ;
- височината към бедрото на триъгълника.

41 В равнобедрен  $\triangle ABC$  точката  $P$  е от основата му  $AB$ . Докажете, че сборът на разстоянията от точката  $P$  до бедрата на триъгълника е равен на височината към бедрото му.

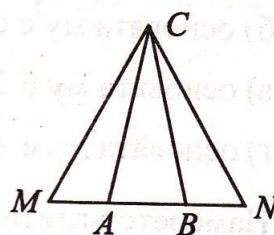
42 За  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е дадено, че  $AM = BN$ . Докажете, че:

- $\triangle AMC \cong \triangle BNC$ ;
- $\triangle ANC \cong \triangle BMC$ ;
- $\triangle MNC$  е равнобедрен.



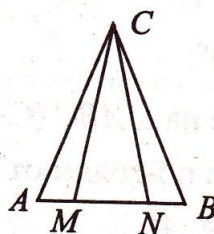
43 За  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е дадено, че  $AM = BN$ . Докажете, че:

- $\triangle AMC \cong \triangle BNC$ ;
- $\triangle ANC \cong \triangle BMC$ ;
- $\triangle MNC$  е равнобедрен.



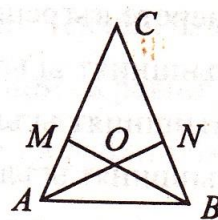
44 За  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е дадено, че  $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCN$ . Докажете, че:

- $\triangle AMC \cong \triangle BNC$ ;
- $\triangle ANC \cong \triangle BMC$ ;
- $\triangle MNC$  е равнобедрен.



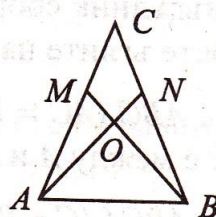
45 За  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е дадено, че  $AM = BN$ . Докажете, че:

- $\triangle ABN \cong \triangle BAM$ ;
- $\triangle ACN \cong \triangle BCM$ ;
- $\triangle AOM \cong \triangle BON$ .



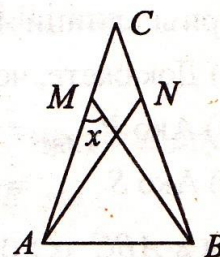
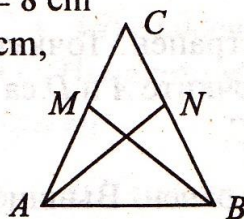
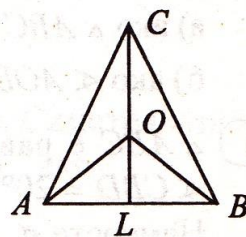
46 За  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е дадено, че  $\sphericalangle AMB = \sphericalangle BNA$ . Докажете, че:

- $\triangle ABN \cong \triangle BAM$ ;
- $\triangle ACN \cong \triangle BCM$ ;
- $\triangle AOM \cong \triangle BON$ .



47 В  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ )  $\sphericalangle ACB = 70^\circ$ . На продължението на  $BC$  е взета точка  $M$  така, че  $BM = 2 BC$  ( $C$  е между  $B$  и  $M$ ). Намерете ъглите на  $\triangle ABM$ .

- 48) В равнобедрения  $\triangle ABC$   $AB$  е основа. На продължението на бедрото  $AC$  е взета точка  $M$  така, че  $CM = CA$  ( $C$  е между  $A$  и  $M$ ). Докажете, че  $AB \perp BM$ .
- 49) Върху бедрата  $CA$  и  $CB$  на равнобедрения  $\triangle ABC$  са взети съответно точките  $M$  и  $N$  така, че  $CM = CN$ . Ако  $AN \cap BM = O$ , докажете че:  
 а)  $MN \parallel AB$ ;  
 б)  $\triangle ABO$  е равнобедрен;  
 в)  $\triangle MNO$  е равнобедрен.
- 50) Докажете, че ъглополовящата на външен ъгъл при върха на равнобедрен триъгълник е успоредна на основата.
- 51) Докажете, че ако ъглополовящата на външен ъгъл при връх на триъгълника е успоредна на срещуположната на този връх страна, то триъгълникът е равнобедрен.
- 52) Върху страните  $AB$  и  $BC$  на  $\triangle ABC$  са взети съответно точките  $M$  и  $N$  такива, че  $\sphericalangle ACM = 2 \sphericalangle BMN$ . Докажете, че:  
 а) ако  $\triangle ABC$  е равнобедрен с основа  $AB$ , то  $\triangle MNC$  е равнобедрен;  
 б) ако  $\triangle MNC$  е равнобедрен с основа  $MN$ , то  $\triangle ABC$  е равнобедрен.
- 53)  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е равнобедрен с  $\sphericalangle ACB = 50^\circ$  и  $CL$  е ъглополовяща. Намерете  $\sphericalangle AOB$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle CAO = 40^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle CBO = 30^\circ$ .
- 54)  $\triangle ABC$  на чертежа е равнобедрен,  $CA = CB = 8$  cm и  $AB = 6$  cm. Ако  $CM = CN = 4$  cm и  $AN = 7$  cm, намерете:  
 а)  $P_{\triangle ABM}$ ;  
 б)  $P_{\triangle BCM}$ .
- 55)  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) на чертежа е равнобедрен,  $AB = BN$  и  $BM = AN$ . Намерете стойността на  $x$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle BAN = 55^\circ$ ;  
 б)  $\sphericalangle ABN = 50^\circ$ .
- 56) Докажете, че един триъгълник е равностранен, ако външните му ъгли са равни.
- 57) Докажете, че ако един от ъглите в равнобедрен триъгълник има големина  $60^\circ$ , то той е равностранен.
- 58) Докажете, че ако един от външните ъгли на равнобедрен триъгълник е два пъти по-голям от вътрешния ъгъл при същия връх, то триъгълникът е равностранен.
- 59)  $\triangle ABC$  е равностранен. Точките  $M$  и  $N$  са съответно от страните  $CA$  и  $CB$  и  $CM : MA = CN : NB$ . Докажете, че  $\triangle CMN$  е равностранен.

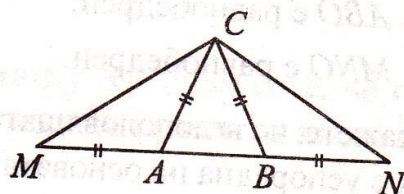


4 ЕДНАКВИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

60  $\triangle ABC$  е равностранен. Върху страната му  $AB$  са взети точки  $M$  и  $N$  такива, че  $AM = BN$ . Да се намерят ъглите на  $\triangle MNC$ , ако  $\sphericalangle ACM : \sphericalangle MCN = 1 : 4$ .

61  $\triangle ABC$  е равностранен. Върху правата  $AB$  са взети точки  $M$  и  $N$  така, че  $MA = AB = BN$ .

- а) Намерете ъглите на  $\triangle MNC$ .      б) Ако  $MN = 36$  см, намерете  $P_{\triangle ABC}$ .



62 На чертежа е дадено, че  $AM = AC = BC = BN$ . Ако  $\sphericalangle MCN = 120^\circ$ , докажете, че:

- а)  $\triangle MAC \cong \triangle NBC$ ;  
б)  $\triangle ABC$  е равностранен.

63 В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) ъглополовящите на ъглите при основата се пресичат в точка  $O$ . Докажете, че:

- а) ако  $\triangle ABC$  е равностранен, то  $\sphericalangle AOB = 120^\circ$ ;  
б) ако  $\sphericalangle AOB = 120^\circ$ , то  $\triangle ABC$  е равностранен.

64 В равнобедрения  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) ъглополовящите на външните ъгли при върховете  $A$  и  $B$  се пресичат в точка  $O$ . Докажете, че:

- а) ако  $\triangle ABC$  е равностранен, то  $\sphericalangle AOB = 60^\circ$ ;  
б) ако  $\sphericalangle AOB = 60^\circ$ , то  $\triangle ABC$  е равностранен.

65  $\triangle ABC$  е равностранен. Точката  $D$  е външна за  $\triangle ABC$ , такава, че  $BD = BC$ ,  $\sphericalangle CBD = 20^\circ$  и точките  $A$  и  $D$  са в различни полуравнини относно правата  $BC$ . Намерете  $\sphericalangle ADC$ .

66  $\triangle ABC$  е равностранен. Точката  $D$  е външна за  $\triangle ABC$ , такава, че  $BD = AC$ ,  $\sphericalangle CBD = 40^\circ$  и точките  $A$  и  $D$  са в една и съща полуравнина относно правата  $BC$ . Намерете  $\sphericalangle ADC$ .

67  $\triangle ABC$  е равностранен. Външно за триъгълника са построени равностранните триъгълници  $ABM$ ,  $BCN$  и  $ACQ$ .

- а) Докажете, че  $\triangle MNQ$  е равностранен.  
б) Ако  $P_{\triangle ABC} = 18$  см, намерете  $P_{\triangle MNC}$ .  
в) Ако  $S_{\triangle MNC} = 48$  см<sup>2</sup>, намерете  $S_{\triangle ABC}$ .

68 За  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 5 : 10$ . Симетралата на  $AB$  пресича страната  $AC$  в точка  $Q$ . Намерете ъглите на:

- а)  $\triangle ABQ$ ;      б)  $\triangle BCQ$ .

69 За  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 4$ . Симетралата на страната  $AC$  пресича страната  $AB$  в точка  $Q$ . Намерете ъглите на:

- а)  $\triangle ACQ$ ;      б)  $\triangle BCQ$ .

70 За  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 3 : 8 : 7$ . Симетралата на страната  $BC$  пресича страната  $AC$  в точка  $Q$ . Намерете ъглите на:

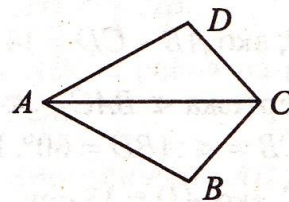
- а)  $\triangle BCQ$ ;      б)  $\triangle ABQ$ .

- 71) За  $\triangle ABC$  е известно, че  $AC = 12$  cm и  $BC = 7$  cm. Симетралата на страната  $AB$  пресича страната  $AC$  в точка  $Q$ . Намерете  $P_{\triangle BCQ}$ .
- 72) За  $\triangle ABC$  е известно, че  $AB = 13$  cm и  $BC = 8$  cm. Симетралата на страната  $AC$  пресича страната  $AB$  в точка  $Q$ . Намерете  $P_{\triangle BCQ}$ .
- 73) В  $\triangle ABC$  симетралата на страната  $BC$  пресича страната  $AB$  в точка  $Q$ . Намерете:  
 а)  $P_{\triangle QBC}$ , ако  $P_{\triangle ABC} = 32$  cm и  $AC = 14$  cm;  
 б)  $P_{\triangle ABC}$ , ако  $P_{\triangle QBC} = 22$  cm и  $AC = 9$  cm.
- 74) В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle A = 25^\circ$  и  $\sphericalangle B = 115^\circ$ . Симетралите на страните  $AB$  и  $BC$  пресичат страната  $AC$  съответно в точките  $M$  и  $N$ .  
 а) Намерете ъглите на  $\triangle MBN$ .      б) Ако  $AC = 24$  cm, намерете  $P_{\triangle MBN}$ .
- 75) В  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 3 : 13$ . Симетралите на страните  $AC$  и  $BC$  пресичат страната  $AB$  съответно в точките  $M$  и  $N$ .  
 а) Намерете ъглите на  $\triangle MNC$ .      б) Ако  $P_{\triangle MBC} = 27$  cm, намерете  $AB$ .
- 76) В  $\triangle ABC$   $\alpha : \beta : \gamma = 11 : 3 : 4$ . Симетралите на страните  $AB$  и  $AC$  пресичат страната  $BC$  съответно в точките  $M$  и  $N$ .  
 а) Намерете ъглите на  $\triangle AMN$ .      б) Докажете, че  $P_{\triangle AMN} = BC$ .
- 77) В остроъгълния  $\triangle ABC$   $\sphericalangle BAC = 62^\circ$  и  $AA_1$  е височина ( $A_1 \in BC$ ). Симетралата на страната  $AC$  пресича височината  $AA_1$  в точка  $E$ . Намерете  $\sphericalangle ABC$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle CEA_1 = 44^\circ$ ;      б)  $\sphericalangle ECA_1 = 38^\circ$ .
- 78) В остроъгълния  $\triangle ABC$   $\sphericalangle ACB = 70^\circ$  и  $CC_1$  ( $C_1 \in AB$ ) е височина. Симетралата на страната  $AC$  пресича височината  $CC_1$  в точка  $Q$ . Намерете  $\sphericalangle ABC$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle AQC_1 = 40^\circ$ ;      б)  $\sphericalangle QAC_1 = 40^\circ$ .
- 79) В остроъгълния  $\triangle ABC$   $\sphericalangle ABC = 48^\circ$  и  $BB_1$  ( $B_1 \in AC$ ) е височина. Симетралата на страната  $BC$  пресича височината  $BB_1$  в точка  $Q$ . Намерете  $\sphericalangle BAC$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle B_1QC = 54^\circ$ ;      б)  $\sphericalangle B_1CQ = 62^\circ$ .
- 80) Симетралата на бедрото  $BC = 9$  cm на равнобедрения  $\triangle ABC$  пресича другото бедро в точка  $M$  така, че  $AM = \frac{1}{2}MC$ . Намерете отсечката  $MB$ .
- 81) Симетралите на бедрата на равнобедрен триъгълник се пресичат върху основата му. Намерете ъглите на триъгълника.
- 82) Симетралата на страната  $AB$  на  $\triangle ABC$  пресича  $AC$  в точка  $N$ . Ако  $\sphericalangle ACB = 120^\circ$  и  $\sphericalangle ABN = 20^\circ$ , докажете, че  $BN$  е ъглополовящата на  $\sphericalangle ABC$ .
- 83) Симетралата на хипотенузата  $AB$  в правоъгълния триъгълник  $ABC$  пресича катета  $AC$  в точка  $D$  и  $\sphericalangle DBC = 30^\circ$ .  
 а) Намерете острите ъгли на  $\triangle ABC$ .  
 б) Докажете, че  $AB = 2 BC$ .

#### 4 ЕДНАКВИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

- 84 Симетралата на бедрото  $AC$  в равнобедрен  $\triangle ABC$  пресича другото бедро  $BC$  в точка  $N$ . Намерете основата на триъгълника, ако  $AC = 12$  cm и периметъра на  $\triangle ABN$  е равен на 21 cm.
- 85 Симетралата на бедрото  $BC$  в равнобедрен  $\triangle ABC$  пресича другото бедро  $AC$  в точка  $Q$ . Намерете основата на триъгълника, ако  $BC = 18$  cm и периметъра на  $\triangle ABQ$  е равен на 28 cm.
- 86 Докажете, че симетралата на всяка хорда в окръжност минава през центъра ѝ.
- 87 Две окръжности, с центрове  $O_1$  и  $O_2$  и радиуси  $r_1$  и  $r_2$ , се пресичат в точките  $A$  и  $B$ . Докажете, че:  
 а)  $O_1O_2$  е симетрала на отсечката  $AB$ ;  
 б)  $AB$  е симетрала на отсечката  $O_1O_2$ , ако  $r_1 = r_2$ .
- 88 В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle ACB = 70^\circ$ . Симетралата на страната  $AB$  пресича страните  $AB$  и  $AC$  съответно в точките  $M$  и  $N$ , а правата  $BC$  в точка  $P$ . Намерете  $\sphericalangle ABC$ , ако  $\sphericalangle NPC = 30^\circ$ .
- 89 В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle ABC = 120^\circ$  и  $AB < BC$ . Симетралата на страната  $AC$  пресича правата  $AB$  в точка  $Q$ . Намерете острите ъгли на  $\triangle ABC$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle BCQ = 20^\circ$ ; б)  $\sphericalangle AQC = 90^\circ$ .
- 90 В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle BAC = 140^\circ$  и  $AB < AC$ . Симетралата на страната  $BC$  пресича правата  $AB$  в точка  $Q$ . Намерете острите ъгли на  $\triangle ABC$ , ако:  
 а)  $\sphericalangle CQA : \sphericalangle QAC = 3 : 1$ ; б)  $\sphericalangle QAC = \sphericalangle QCA + 10^\circ$ .
- 91 Дадена е отсечка  $AB$  и три точки  $M, N, P$ . Ако  $MA = MB$ ,  $NA = NB$  и  $PA = PB$ , докажете, че точките  $M, N$  и  $P$  лежат на една права.
- 92 Докажете, че:  
 а) ъглополовящите на ъглите в триъгълника се пресичат в една точка;  
 б) симетралите на страните в триъгълника се пресичат в една точка.
- 93 Намерете ъглите, които сключват симетралите на страните  $AB$  и  $AC$  на  $\triangle ABC$ , ако:  
 а)  $\alpha = 64^\circ$ ; б)  $\beta + \gamma = 110^\circ$ .
- 94 В  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) симетралата на  $BC$  пресича бедрото  $AC$  в точка  $M$ , а симетралата на  $CM$  пресича бедрото  $BC$  в точка  $N$ . Намерете:  
 а)  $\sphericalangle MNB$ , ако  $\sphericalangle AMB = 110^\circ$ ; б)  $\sphericalangle AMB$ , ако  $\sphericalangle MNB = 106^\circ$ .
- 95 Отсечките  $AB$  и  $A_1B_1$  са равни хорди в окръжност с център  $O$ . Докажете, че  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle A_1OB_1$ .
- 96 Докажете, че в два еднакви триъгълника медианите към равните страни образуват с тях съответно равни ъгли.
- 97 Точките  $M$  и  $N$  лежат върху симетралата на отсечката  $AB$ . Докажете, че  $\triangle AMN \cong \triangle BMN$ .

- 98 Докажете, че два равностранни триъгълника са еднакви, ако страна от единия триъгълник е равна на страна от другия триъгълник.
- 99 Докажете, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако основа и бедро от единия триъгълник са съответно равни на основа и бедро от другия триъгълник.
- 100 Успоредните прави  $p$  и  $q$  минават през краищата на отсечката  $PQ$ . Права  $m$  през средата  $M$  на  $PQ$  пресича  $p$  и  $q$  съответно в точките  $A$  и  $B$ .
- а) Докажете, че  $\triangle APM \cong \triangle BQM$ . б) Намерете  $MA$  и  $MB$ , ако  $AB = 11$  cm.
- 101 Даден е  $\triangle ABC$ . Върху лъча, противоположен на  $AB$ , е взета точка  $A_1$ , така че  $AA_1 = AC$ . Върху лъча, противоположен на  $BA$ , е взета точка  $B_1$ , така че  $BB_1 = BC$ . Да се намерят ъглите на  $\triangle A_1B_1C$ , изразени чрез  $\alpha, \beta, \gamma$ .
- 102 На чертежа  $AB = AD$  и  $CB = CD$ . Докажете, че:
- а)  $AC$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle BAD$ ;  
 б)  $CA$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle BCD$ ;  
 в)  $AC$  е симетрала на  $BD$ ;  
 г)  $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD$ .
- 103 Правоъгълният  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) има  $\sphericalangle BAC = 30^\circ$ , катети  $a$  и  $b$  и хипотенуза  $c$ . Намерете:
- а)  $c$ , ако  $a = 4,5$  cm; б)  $a$ , ако  $c = 12$  cm;  
 в)  $a$  и  $c$ , ако  $a + c = 21$  cm; г)  $a$  и  $c$ , ако  $c - a = 13$  cm.
- 104  $\triangle ABC$  е равностранен с височина  $AD$  ( $D \in BC$ ). Ако  $DQ$  е разстоянието от точка  $D$  до страната  $AB$ , намерете:
- а)  $DQ$ , ако  $AD = 18$  cm; б)  $AD$ , ако  $DQ = 12,5$  cm;  
 в)  $DQ$  и  $AD$ , ако  $AD + DQ = 24$  cm; г)  $DQ$  и  $AD$ , ако  $AD - DQ = 6$  cm.
- 105  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) има  $\sphericalangle ACB = 120^\circ$  и  $CD$  ( $D \in AB$ ) е височина. Намерете:
- а)  $CD$ , ако  $AC = 14$  cm; б)  $BC$ , ако  $CD = 9$  cm;  
 в)  $CD$  и  $AC$ , ако  $CD + BC = 18$  cm; г)  $CD$  и  $BC$ , ако  $AC - CD = 11$  cm.
- 106  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) има  $\sphericalangle ACB = 30^\circ$  и височина  $AD$  ( $D \in BC$ ). Намерете:
- а)  $AD$ , ако  $BC = 16$  cm; б)  $S_{\triangle ABC}$ , ако  $AD = 10$  cm;  
 в)  $S_{\triangle ABC}$ , ако  $AD + AC = 15$  cm; г)  $S_{\triangle ABC}$ , ако  $BC - AD = 7$  cm.
- 107  $\triangle ABC$  ( $CA = CB$ ) има  $\sphericalangle ACB = 150^\circ$  и височина  $BD$  ( $D \in AC$ ). Намерете:
- а)  $S_{\triangle ABC}$ , ако  $AC = 16$  cm; б)  $S_{\triangle ABC}$ , ако  $BD = 10$  cm;  
 в)  $AC$ , ако  $S_{\triangle ABC} = 49$  cm<sup>2</sup>; г)  $BD$ , ако  $S_{\triangle ABC} = 36$  cm<sup>2</sup>.
- 108 В  $\triangle ABC$  ( $BA = BC$ ) и  $\sphericalangle BAC = 15^\circ$ .  $CD$  е височина към бедрото  $AD$ . Намерете  $S_{\triangle ABC}$ , ако:
- а)  $AB = 16$  cm; б)  $CD = 6$  cm; в)  $AB + BC = 20$  cm; г)  $AB + CD = 18$  cm.

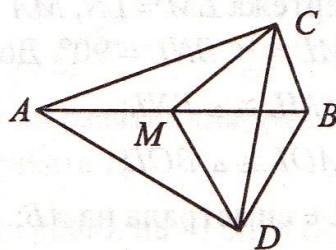






- 120** В правоъгълния  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ),  $\sphericalangle A = 30^\circ$  и  $CM$  е медиана. Докажете, че:  
 а)  $\triangle MBC$  е равнобедрен; б)  $\triangle ACM$  е равнобедрен;  
 в)  $CM = BC = \frac{1}{2} AB$ .
- 121** В правоъгълния  $\triangle ABC$  точката  $M$  е от хипотенузата  $AB$  и  $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM$ . Докажете, че:  
 а) триъгълниците  $ACM$  и  $BCM$  са равнобедрени;  
 б)  $CM$  е медиана и  $CM = \frac{1}{2} AB$ .
- 122** В правоъгълния  $\triangle ABC$   $\sphericalangle B = 30^\circ$ , а хипотенузата  $AB = 12$  cm.  $CH$  и  $CM$  са съответно височината и медианата към хипотенузата.  
 а) Намерете отсечката  $HM$ . б) Докажете, че  $AH = \frac{1}{4} AB$ .
- 123** Медианата към хипотенузата  $AB$  в правоъгълния  $\triangle ABC$  е равна на катета  $BC$ . Намерете височината към хипотенузата, ако  $AC = 15$  cm.
- 124**  $\triangle ABC$  е правоъгълен и  $CM$  ( $M \in AB$ ) е медиана към хипотенузата  $AB$ . Намерете:  
 а)  $CM$ , ако  $AB = 18$  cm; б)  $AB$ , ако  $CM = 7,5$  cm;  
 в)  $AB$ , ако  $CM + AB = 30$  cm; г)  $CM$ , ако  $AB - CM = 8$  cm.
- 125**  $\triangle ABC$  е правоъгълен и  $CM$  ( $M \in AB$ ) е медиана към хипотенузата  $AB$ . Докажете, че:  
 а)  $\sphericalangle A = \sphericalangle MCA$  и  $\sphericalangle B = \sphericalangle MCB$ ; б)  $\triangle AMC$  и  $\triangle BMC$  са равнобедрени;  
 в)  $AB : CM = 2 : 1$ ; г)  $S_{\triangle AMC} = S_{\triangle BMC}$ .
- 126** В  $\triangle ABC$  ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ) симетралата на катета  $AC$  пресича хипотенузата  $AB$  в точка  $M$ . Докажете, че  $CM$  е медиана в  $\triangle ABC$ .
- 127** Ако в  $\triangle ABC$  симетралата на страната  $AC$  пресича страната  $AB$  в средата ѝ  $M$ , то  $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ .
- 128** В  $\triangle ABC$   $AM$  ( $M \in BC$ ) е медиана и  $BC = 2 AM$ . Докажете, че:  
 а)  $\sphericalangle A = \sphericalangle B + \sphericalangle C$ ; б)  $\sphericalangle CAM < 90^\circ$ .
- 129** В  $\triangle ABC$   $\sphericalangle ABC = 90^\circ$  и  $BM$  ( $M \in AC$ ) е медиана. Намерете:  
 а)  $\sphericalangle MBC$ , ако  $\sphericalangle BAC = 20^\circ$ ;  
 б)  $AC$ , ако  $BM + MC = 14$  cm;  
 в)  $BM$ , ако  $\sphericalangle ACB = 2 \sphericalangle BAC$  и  $BC = 10$  cm;  
 г)  $BM$ , ако  $AC - BM = 13$  cm.

- 130** На чертежа  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$  са правоъгълни с обща хипотенуза  $AB$  и  $\sphericalangle BAC = 20^\circ$ , а  $\sphericalangle ABD = 60^\circ$ . Ако точка  $M$  е среда на  $AB$ , намерете ъглите на  $\triangle CDM$ .

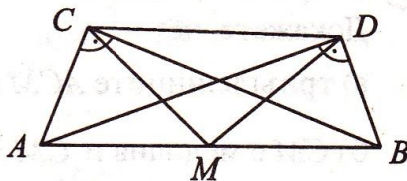


4 ЕДНАКВИ ТРИЪГЪЛНИЦИ

131  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$  са правоъгълни с обща хипотенуза  $AB$  и точките  $C$  и  $D$  са в различни полуравнини относно правата  $AB$ . Точка  $M$  е среда на  $AB$ . Намерете:

- а)  $P_{\triangle MCD}$ , ако  $\sphericalangle CAD = 30^\circ$  и  $AB = 22$  cm;  
 б)  $AB$ , ако  $\sphericalangle CBD = 150^\circ$  и  $P_{\triangle MCD} = 69$  cm.

132 На чертежа  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$  са правоъгълни с обща хипотенуза  $AB$  и  $\sphericalangle BAC = 70^\circ$ , а  $\sphericalangle ABD = 60^\circ$ . Ако точка  $M$  е среда на  $AB$ , намерете ъглите на  $\triangle CDM$ .



133  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$  са правоъгълни с обща хипотенуза  $AB$  и точките  $C$  и  $D$  са в една и съща полуравнина относно правата  $AB$ . Точка  $M$  е среда на  $AB$ . Намерете:

- а)  $P_{\triangle MCD}$ , ако  $\sphericalangle BAC = 50^\circ$ ,  $\sphericalangle ABD = 70^\circ$  и  $AB = 44$  cm;  
 б)  $AB$ , ако  $\sphericalangle BAD = 27^\circ$ ,  $\sphericalangle ABC = 33^\circ$  и  $P_{\triangle MCD} = 45$  cm.

134  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$  са правоъгълни с обща хипотенуза  $AB$  и точките  $C$  и  $D$  са в различни полуравнини относно правата  $AB$ . Точка  $M$  е среда на  $AB$ . Намерете:

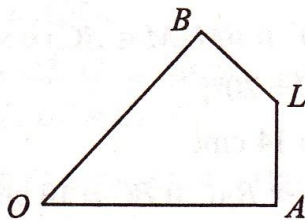
- а)  $S_{\triangle MCD}$ , ако  $\sphericalangle DAC = 45^\circ$  и  $AB = 12$  cm;  
 б)  $S_{\triangle MCD}$ , ако  $\sphericalangle DBC = 135^\circ$  и  $AB = 20$  cm;  
 в)  $AB$ , ако  $\sphericalangle DAC = 45^\circ$  и  $S_{\triangle MCD} = 32$  cm<sup>2</sup>;  
 г)  $AB$ , ако  $\sphericalangle DBC = 3 \sphericalangle DAC$  и  $S_{\triangle MCD} = 12,5$  cm<sup>2</sup>.

135  $\triangle ABC$  и  $\triangle ABD$  са правоъгълни с обща хипотенуза  $AB$  и точките  $C$  и  $D$  са в една и съща полуравнина относно правата  $AB$ . Точка  $M$  е среда на  $AB$ . Намерете  $S_{\triangle MCD}$  ако:

- а)  $\sphericalangle BAD = 20^\circ$ ,  $\sphericalangle ABC = 25^\circ$  и  $AB = 16$  cm;  
 б)  $\sphericalangle BAD = 65^\circ$ ;  $\sphericalangle ABD = 70^\circ$  и  $AB = 24$  cm;  
 в)  $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ABC = 45^\circ$  и  $AB = 32$  cm;  
 г)  $\sphericalangle BAC + \sphericalangle ABD = 135^\circ$  и  $AB = 12$  cm.

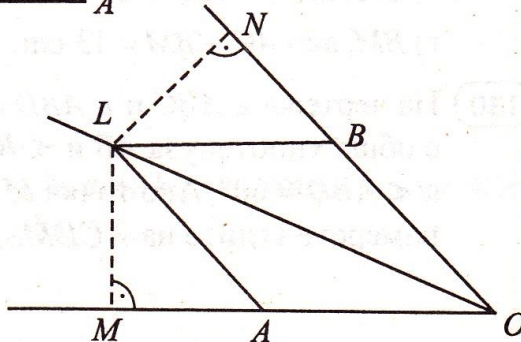
136 На чертежа  $LA = LB$  и  $\sphericalangle OAL = \sphericalangle OBL = 90^\circ$ . Докажете, че:

- а)  $\triangle OAL \cong \triangle OBL$ ;  
 б)  $OL$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle AOB$ ;  
 в)  $OL$  е симетрала на  $AB$ ;  
 г)  $OL$  е ъглополовяща на  $\sphericalangle ALB$ .



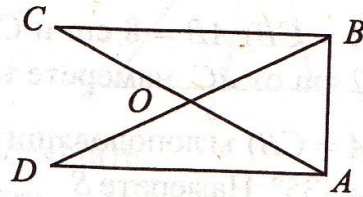
137 На чертежа  $LM = LN$ ,  $MA = NB$ ,  $\sphericalangle AML = \sphericalangle BNL = 90^\circ$ . Докажете, че:

- а)  $\triangle AML \cong \triangle BNL$ ;  
 б)  $\triangle AOL \cong \triangle BOL$ ;  
 в)  $OL$  е симетрала на  $AB$ ;  
 г)  $\triangle MON$  е равнобедрен.



138 На чертежа правоъгълните триъгълници  $ABC$  и  $BAD$  имат общ катет  $AB$  и хипотенузите им  $AC$  и  $BD$  са равни. Ако  $AC \perp BD = O$ , докажете, че:

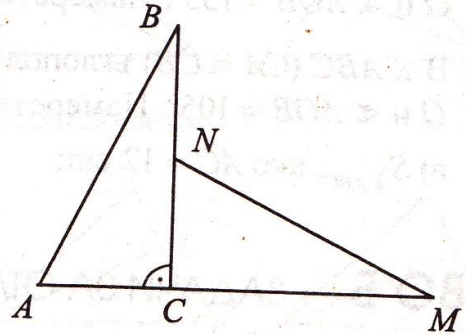
- а)  $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ ;
- б)  $\triangle ABO$  е равнобедрен;
- в)  $\triangle ADO \cong \triangle CBO$ ;
- г)  $CD \perp AD$  и  $CD = AB$ .



139 Докажете, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, то височините към хипотенузите им са равни.

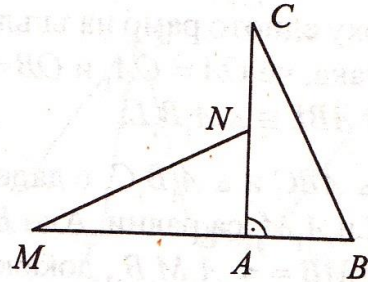
140 На чертежа  $AC = CN$ ,  $AB = MN$  и  $BC \perp AM$ . Ако  $CN : MN = 1 : 2$ , намерете:

- а)  $CN$ , ако  $AB = 16$  cm;
- б)  $AC$ , ако  $MN = 10$  cm;
- в) ъглите на  $\triangle ABM$ ;
- г) ъглите на  $\triangle BMN$ .



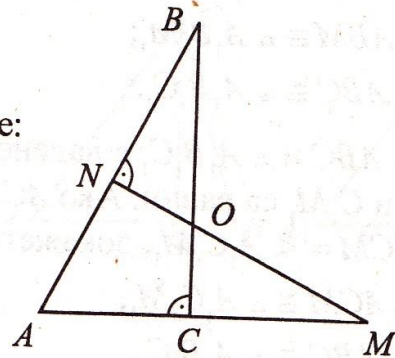
141 На чертежа  $AB = AN$ ,  $BC = MN$  и  $CA \perp AB$ . Ако  $\angle AMN : \angle ABC = 1 : 2$ , намерете:

- а)  $AB$ , ако  $MN = 14$  cm;
- б)  $BC$ , ако  $AN = 4,5$  cm;
- в) ъглите на  $\triangle MBC$ ;
- г) ъглите на  $\triangle MNC$ .



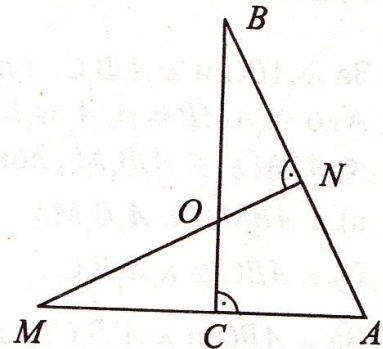
142 На чертежа  $AC = AN$ ,  $AB = AM$  и  $\angle ACB = \angle ANM = 90^\circ$ . Ако  $AC = CM$ , намерете:

- а) ъглите на  $\triangle AMB$ ;
- б) ъглите на  $\triangle MBO$ ;
- в)  $P_{\triangle ABM}$ , ако  $P_{\triangle ANC} = 24$  cm;
- г)  $P_{\triangle ANC}$ , ако  $P_{\triangle ABM} = 30$  cm.



143 На чертежа  $AC = AN$ ,  $\angle MOC = 2 \angle ABC$  и  $\angle ACB = \angle ANM = 90^\circ$ . Докажете, че:

- а)  $\triangle ABM$  е равнобедрен;
- б)  $\angle BOM = 120^\circ$ ;
- в)  $AO$  е симетрала на  $NC$ ;
- г)  $MB \parallel NC$ .



144 В  $\triangle ABC$   $\angle ABC = 60^\circ$  и точка  $N$  от страната  $AC$  е на разстояния, равни на 6 cm от страните  $AB$  и  $BC$ . Намерете дължината на отсечката  $BN$ .

145 В  $\triangle ABC$  точка  $N$  е от страната  $AB$  и е на разстояния, равни на 13 cm и от страната  $CA$ , и от страната  $CB$ . Намерете големината на  $\angle ACB$ , ако  $CN = 26$  cm.