ВАРИАНТИ ЗА КОНТРОЛНИ РАБОТИ

Входно ниво

I Вариант

1. Пресметнете стойността на израза:

а) $\dfrac{2\frac{1}{3}-3\frac{1}{4}:\left(-\frac{1}{16}\right)+\left(6-\frac{1}{3}\right)}{0,69.\left(-\frac{2}{3}\right)+1,08:(-2)}$; б) $\dfrac{3^2.2^3-36}{|-4|:(-2)^2+5^0}$.

Отг.: а) -60; б) 18.

2. Намерете неизвестното число x, ако изразът $\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-5}{4}$ е равен на $\dfrac{2^2}{(-1)^{10}}-\dfrac{3x-1}{4}$ и проверете дали x е решение на неравенството

$$3-9(x-4)<(-3)^3-4(2x-1).$$

Отг.: $x=3,6$; не е решение.

3. Опростете израза $A=3(2a-4)-0,2a(-5)-6\left(a-\dfrac{1}{3}\right)$ и намерете числената му стойност при $a=\dfrac{|-2|-2.|-3^2|}{-2^4}$.

Отг.: $A=a-10$, $a=1$, $A=-9$.

4. Измеренията на правоъгълен паралелепипед се отнасят както 2:3:4, а сборът им е 60% от най-голямото естествено двуцифрено число, което е кратно на 2 и 5. Намерете лицето на повърхнината и обема на паралелепипеда.

Отг.: $S=1872$, $V=5184$.

II Вариант

1. Решете:

а) уравнението $x-2(3x-8)=5-(-4x+1)+\dfrac{3^3.(-1)^9}{-9}$;

б) неравенството $\dfrac{x}{2}-\dfrac{3x-1}{-3}>\dfrac{x-1}{-6}$ и намерете най-малкото цяло число, което е негово решение.

Отг.: а) 1; б) $x>\dfrac{3}{10}$; 1.

2. Пресметнете стойността на израза:

а) $\dfrac{-2^2.3^3-2^3.3^4}{2^3.3^3+2^2.3^2}$; б) $\dfrac{|-5|:0,9-\left(-\frac{5}{9}\right).|-10|}{\left|-\frac{1}{9}\right|.|-5|:\left|\frac{1}{20}\right|}$.

Отг.: а) -3; б) 1.

3. Периметърът на триъгълник е равен на периметъра на успоредник със страни равни на най-малкото и най-голямото естествено двуцифрено число, които се делят на 3. Намерете дължината на страните на триъгълника, ако се отнасят както 5:7:8.

Отг.: 55,5; 77,7; 88,8.

4. Опростете израза $A = b - 2(b-4) - b\left(-3 : \left(-\frac{1}{3}\right)\right)$ и намерете числената му стойност при $b = \dfrac{|-2|.|-8| - |-6|}{\left|-\frac{1}{3}\right| : \frac{1}{3} : 7^0}$.

Отг.: $A = -10b + 8; b = 10; A = -92.$

III Вариант

1. а) Решете неравенството $9(4x-8) - 6(10-8x) < 4(18+21x)$.

б) Намерете неизвестното число y, ако изразът $\frac{5}{6}y + 2$ е 5 пъти по-малък от $1\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 y$.

Отг.: а) всяко число е решение; б) $-1\frac{73}{83}$.

2. Пресметнете стойността на израза $b : 2,5 + 5b : 0,05 + b^0$, ако b е:
а) най-малкото цяло положително число, кратно на 5;
б) най-малкото цяло положително число, кратно на 2.

Отг.: а) 503; б) 201,8.

3. Басейн се пълни от две тръби. Първата тръба може да напълни сама басейна за 10 часа, а втората за 4 часа. Намерете за колко часа двете тръби заедно могат да напълнят:
а) 80% от басейна; б) $\frac{1}{3}$ от басейна.

Отг.: а) $2\frac{2}{7}$ h; б) $\frac{20}{21}$ h.

4. а) Намерете неизвестния член на пропорцията $\dfrac{x}{|-2|.(-2)^2} = \dfrac{3-(-4)}{(-1)^{2k}.7}$.

б) Разделете числото 7656 на части, които са в отношение 3:5:6:8.

Отг.: а) 8; б) 1044, 1740, 2088, 2784.

IV Вариант

1. а) Намерете неизвестното число z, ако изразът $\frac{1}{3}z - 1\frac{1}{9}$ е 3 пъти по-голям от $\frac{1}{6} - \frac{z+1}{9}$.

б) Решете неравенството $4(x-2) - (3x-1).(-2) < 2^3 + (18x-2)$ и намерете най-малкото цяло число, което е негово решение.

Отг.: а) $1\frac{11}{12}$; б) $x > -2; -1.$

2. Пресметнете стойността на израза $c : 1\frac{1}{3} - 3c.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 2c : 0,02 + 1^8$, ако c е:

а) най-малкото естествено двуцифрено число, кратно на 3;
б) най-малкото едноцифрено цяло число.

Отг.: а) 1206; б) $-902\frac{3}{4}$.

3. От два града, разстоянието между които е 50 km, тръгват един срещу друг двама велосипедисти – първият в 8 ча̀са, а вторият 20 минути по-късно. Скоростта на първия велосипедист е 20 km/h, а на втория 60% от тази на първия. Да се определи в колко ча̀са разстоянието между двамата велосипедисти ще бъде 22 km (преди да се срещнат).

Отг.: В 9 h.

4. а) Намерете неизвестния член на пропорцията:

а) $\dfrac{(-1)^{2k}.(-1)^{2k+1}.3}{-9} = \dfrac{3 - 2 : \left(\frac{1}{2}\right)}{x}$ при $k \in \mathbf{N}$.

б) Разделете числото 6642 на части, които са в отношение 3:4:5:6.

Отг.: а) -3; б) 1107, 1476, 1845, 2214.

АЛГЕБРА

1. Едночлен. Многочлен. Действия с едночлени и многочлени

I Вариант

1. Приведете в нормален вид:

а) $3xy^2\left(-\frac{5}{3}xy\right)$; б) $(-2ab^3)^3$; в) $2x(3x^2 - 5x + 2)$;
г) $(x-2)(x^2 - 2x + 3)$; д) $(8x^5 - 4x^4 + 2x^3) : 5x^3$.

Отг.: а) $-5x^2y^3$; б) $-8a^3b^9$; в) $6x^3 - 10x^2 + 4x$; г) $x^3 - 4x^2 + 7x - 6$; д) $1,6x^2 - 0,8x + 0,4$.

2. Опростете израза:

а) $3x(x-5) - (3x^2 - 20x + 5)$; б) $(3x-4)(2-5x) + 15x^2$;
в) $(2x-5)^2 - (4x-1)(x+2)$; г) $(12xy^2 - 8x^2y) : 4x - (x+y)(x-2y)$.

Отг.: а) $5x - 5$; б) $26x - 8$; в) $-27x + 27$; г) $-x^2 - xy + 5y^2$.

3. Даден е многочленът $M = 2ax^4 - ax^3 + 3ax - 3 - x^4 + a$. Определете стойността на параметъра a така, че:

а) многочленът да няма член от четвърта степен; б) свободният член да е 2.

Отг.: а) $a = \frac{1}{2}$; б) $a = 5$.

II Вариант

1. Приведете в нормален вид:

а) $-\frac{4}{7}x^2y.14xy^2$; б) $(-3ax^2)^3$; в) $3x(5x^2+2x-3)$;
г) $(x-3)(x^2-2x+2)$; д) $(5x^3y-6x^2y^2+3xy):3xy$.

Отг.: а) $-8x^3y^3$; б) $-27a^3x^6$; в) $15x^3+6x^2-9x$; г) x^3-5x^2+8x-6; д) $1\frac{2}{3}x^2-2xy+1$.

2. Опростете израза:

а) $3x(7-2x)-(-10x^2+21x-5)$; б) $(2x-3)(5-6x)+12x^2$;
в) $(2x+3)^2-(4x-1)(x+5)$; г) $(6x^2y-8xy^2):3y-(x-3y)(x+y)$.

Отг.: а) $4x^2+5$; б) $28x-15$; в) $-7x+14$; г) $x^2-\frac{2}{3}xy+3y^2$.

3. Даден е многочленът $M=ax^4+3ax^2+2ax-2-x^2+a$. Определете стойността на параметъра a така, че:

а) многочленът да няма член от втора степен; б) свободният член да е 2.

Отг.: а) $a=\frac{1}{3}$; б) $a=4$.

III Вариант

Извършете означените действия и направете приведение:

1. $(5m^2-5m+3)+(-4m^2-5m-3)-(2m^2-8m+2)$

Отг.: $-m^2-2m-2$.

2. $5x^2-(3x^2+2x-1)-(-x^2-3x^3+5)$

Отг.: $3x^3+3x^2-2x-4$.

3. $(x-5)(x+2)$

Отг.: $x^2-3x-10$.

4. $(y+3)(y^2-3y+9)$

Отг.: y^3+27.

5. $(4a-3)(2a-5)+20a$

Отг.: $8a^2-6a+15$.

6. $(15a^2y^5-10a^4y^4-25a^5y^3):5a^2y^3$

Отг.: $3y^2-2a^2y-5a^3$.

7. $(28x^3y-8x^2y^2+5xy^3):(-4xy)$

Отг.: $-7x^2+2xy-1\frac{1}{4}y^2$.

8. $(2x^2+3)(x^3-3x)-2x(x^4-3x^2)$

Отг.: $3x^3-9x$.

IV Вариант

Извършете означените действия и направете приведение:

1. $(6b^2 - 6b + 2) + (-5b^2 - 3b - 2) - (-3b^2 - 7b + 4)$

Отг.: $4b^2 - 2b - 4$.

2. $2x^3 - (4x^2 - 3x - 5) - (x^3 - 5x^2 - x - 3)$

Отг.: $x^3 + x^2 + 4x + 8$.

3. $(x + 4)(x - 3)$

Отг.: $x^2 + x - 12$.

4. $(y - 2)(y^2 + 2y + 4)$

Отг.: $y^3 - 8$.

5. $(3a - 5)(5a - 1) + 15a$

Отг.: $15a^2 - 13a + 5$.

6. $(12a^4y^3 - 15a^3y^4 - 9a^2y^5) : 3a^2y^3$

Отг.: $4a^2 - 5ay - 3y^2$.

7. $(16x^3y - 28x^2y^2 + 3xy^3) : (-4xy)$

Отг.: $-4x^2 + 7xy - \dfrac{3}{4}y^2$.

8. $(2x^3 + 3)(x^2 - 2x) - 2x(x^4 - 2x^3)$

Отг.: $3x^2 - 6x$.

2. Формули за съкратено умножение

I Вариант

1. Представете с нормален многочлен израза:

а) $\left(5a + \dfrac{1}{2}\right)^2$; б) $(3x - 2)(3x + 2)$; в) $(x - 3)^3$;

г) $(1 + 3x)(1 - 3x + 9x^2)$; д) $(2x - y + 1)^2$.

Отг.: а) $25a^2 + 5a + \dfrac{1}{4}$; б) $9x^2 - 4$; в) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$; г) $1 + 27x^3$; д) $4x^2 + y^2 + 1 - 4xy + 4x - 2y$.

2. Опростете израза:

а) $15(x + 0,2)(x - 0,2) - (4x - 3)^2$; б) $a(a + 1)^2 - (a + 1)(a^2 - a + 1) - a(2a + 1)$.

Отг.: а) $-x^2 + 24x - 9,6$; б) -1.

3. Намерете числената стойност на израза $(x - 2)^3 - x(x + 3)(x - 3) + 6x^2$ при $x = \dfrac{1}{3}$.

Отг.: -1.

4. Тъждество ли е равенството

$$(-x - 2)^2 - (x + 2)(x - 2) - 2x(x - 5) = -2(x^2 - 7x - 4)?$$

Отг.: Да.

II Вариант

1. Представете с нормален многочлен израза:

а) $\left(3a - \frac{1}{2}\right)^2$; б) $(2x-5)(2x+5)$; в) $(x+2)^3$;

г) $(2x-1)(4x^2+2x+1)$; д) $(x+2y-1)^2$.

Отг.: а) $9a^2 - 3a + \frac{1}{4}$; б) $4x^2 - 25$; в) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$; г) $8x^3 - 1$; д) $x^2 + 4y^2 + 1 + 4xy - 2x - 4y$.

2. Опростете израза:

а) $2(2x-5)^2 - (4x+0,3)(4x-0,3)$; б) $(a+1)^3 - (a+1)(a-1) - a(a^2+2a+3)$.

Отг.: а) $-8x^2 - 40x + 50,09$; б) 2.

3. Намерете числената стойност на израза $x(x-2)(x+2) - (x-3)(x^2+3x+9)$ при $x = \frac{1}{4}$.

Отг.: 26.

4. Тъждество ли е равенството

$$(-x-3)^2 - 3x(x-2) - (x-3)(x+3) = -3(x^2-4x-6)?$$

Отг.: Да.

3. Класна работа №1

I Вариант

1. Опростете израза:

а) $20 - (x+5)^2 + (x-1)^2$;

б) $(b^2+2)^2 - (b-2)(b^2+4)(b+2)$;

в) $-8(1-x)^2 + 5(1+x)(1-x) - 2(x-1)^2$;

г) $(2a+3)^3 - 2a(2a-3)(2a+3) - 36a^2$;

д) $(y+1)(y^2-y+1) - (y-1)(y^2+y+1) + y^3$;

е) $(-2+3a)^2 - (-1-4a)^2 - 7(1-a)(1+a)$;

ж) $x(x+1)^2 - (x+1)(x^2-x+1) - x(2x+1)$;

з) $(2-x-y)^2 + 2(2x+3) - (x+y)^2$.

Отг.: а) $-12x - 4$; б) $4b^2 + 20$; в) $-15x^2 + 20x - 5$; г) $72a + 27$; д) $y^3 + 2$; е) $-20a - 4$; ж) -1; з) $-4y + 10$.

2. Докажете тъждеството $x(x-2)(2+x) - (x-1)^3 = x(3x-7) + 1$.

3. Намерете числената стойност на израза $(-1-6x)^2 - 9(2x+1)(2x-1)$ за $x = -\frac{1}{2}$.

Отг.: 4.

II Вариант

1. Опростете израза:

а) $(4x-3)^2-(4x-3)(4x-2)$;
б) $(5x-2)(2+5x)-3x(8x+1)-x^2$;
в) $(b^2-1)^2-(b+1)(b^2+1)(b-1)$;
г) $(2y-1)(4y^2+2y+1)-2y(1+2y)(2y-1)$;
д) $3(4-2x)a-6(2a^3x-a^2):(-2a^3)-2a$;
е) $5(x-1)^2-2(x+3)(1-3x)-11x(x-1)$;
ж) $(x-2)^3-(x^2-1)(x-4)+2x^2$;
з) $(x+y-2)^2-(x+y)^2+2(2y-x)$.

Отг.: а) $-4x+3$; б) $-3x-4$; в) $-2b^2+2$; г) $2y-1$; д) $6x-6ax+10a-\frac{3}{a}$; е) $17x-1$; ж) $13x-12$; з) $-6x+4$.

2. Докажете тъждеството

$$5(1-x)^2-3(1-x)(1+x)-(-3-x)^2+16x=7(x-1)(x+1).$$

3. Намерете числената стойност на израза $(-1+x)^3-x(x+3)^2+9x^2$ за $x=-\frac{2}{3}$.

Отг.: 3.

III Вариант

1. Опростете израза:

а) $(5x-2)^2-(5x-1)(5x-4)$;
б) $(6x-1)(1+6x)-8x(3x-1)-12x^2$;
в) $(a^2+2)^2-(a-2)(a^2+4)(a+2)$;
г) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)-2y(2y-1)(1+2y)$;
д) $2(4-x)x-6(2x^2y^3-3xy^3):(-3y^3)-9$;
е) $3(b^2+1)^2+2(b-1)(b^2+1)-5(b-1)^2$;
ж) $(x-1)^3-x^2(-x-3)-2(x+1)(x^2-x+1)$;
з) $(3+a-x)^2-(x-a)^2-6(1-x)$.

Отг.: а) $5x$; б) $8x-1$; в) $4a^2+20$; г) x^3+2y; д) $2x^2+2x-9$; е) $3b^4+2b^3-b^2+12b-4$; ж) $3x-3$; з) $6a+3$.

2. Докажете тъждеството $(x+2)^3-3x(x^2+4)+2(x-1)(x^2+x+1)=6(x^2+1)$.

3. Намерете числената стойност на израза $(-2+x)^3-(-2x-3)^2-x^3$, ако $x=-1$.

Отг.: -27.

IV Вариант

1. Опростете израза:

а) $12-2(x-1)^2+(x-3)(2x-5)$;
б) $(a^2+1)^2+(a-1)(a^2+1)-a^2$;
в) $-(3+x)^2+5(1-x)^2-3(1-x)(1+x)$;
г) $(x-1)(x^2-1)(x+1)-(x^2+1)^2+x(4x-1)$;

д) $(x-1)(x^2+x+1)-(x-1)^3+3x(x-1)$;
е) $(2x-1)^2+4(1+x)(1-x)$;
ж) $(-2+x)^3-(2x+3)^2-x^3$;
з) $(1-2x+y)^2-(2x-y)^2+4(x-y)$.

Отг.: а) $-7x+25$; б) a^4+a^3+a; в) $7x^2-16x-7$; г) $-x$; д) $6x^2-6x$; е) $-4x+5$; ж) $-10x^2-17$; з) $-2y+1$.

2. Докажете тъждеството $(x+2)^3-(x-2)^3=4(3x^2+4)$.

3. Намерете числената стойност на израза $(-1-5x)^2-(5x+2)(5x-2)$ за $x=-1$.

Отг.: -5.

4. Разлагане на многочлени на множители

I Вариант

1. Разложете на множители:
а) $18ab^4-9b^5$; б) $8x^2-2y^2$; в) $3ax^2-12ax+12a$;
г) $3b^3-24$; д) $25a^2-(3a-2)^2$; е) $py^2-py-y+1$;
ж) $x^2-4x-45$; з) $a^2+6ax+9x^2-9$; и) $b(2x-1)-a(2x-1)^2$;
к) x^9-16x^5.

Отг.: а) $9b^4(2a-b)$; б) $2(2x-y)(2x+y)$; в) $3a(x-2)^2$; г) $3(b-2)(b^2+2b+4)$; д) $4(a+1)(4a-1)$; е) $(y-1)(py-1)$; ж) $(x-9)(x+5)$; з) $(a+3x-3)(a+3x+3)$; и) $(2x-1)(b-2ax+a)$; к) $x^5(x-2)(x+2)(x^2+4)$.

2. Да се докаже, че произведението на две последователни нечетни числа, намалено с квадрата на по-малкото от тях се дели на 2.

Упътване: Съставете израза $(2n+1)(2n+3)-(2n+1)^2$.

II Вариант

1. Разложете на множители:
а) $12x^4-4x^3y$; б) $6-24x^2$; в) $5a^3b-20ab^3$;
г) $a^2x^4-8a^2x$; д) $16b^2-(2b-3)^2$; е) x^2+ax-a^2y-axy;
ж) $y^2-11y+28$; з) $x^2-10xy+25y^2-4$; и) $n(2-3x)-m(2-3x)^2$;
к) $x^{11}-x^5$.

Отг.: а) $4x^3(3x-y)$; б) $6(1-2x)(1+2x)$; в) $5ab(a-2b)(a+2b)$; г) $a^2x(x-2)(x^2+2x+4)$; д) $3(2b-1)(2b+3)$; е) $(x+a)(x-ay)$; ж) $(y-7)(y-4)$; з) $(x-5y-2)(x-5y+2)$; и) $(2-3x)(n-2m+3mx)$; к) $x^5(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.

2. Да се докаже, че ако от удвоеното произведение на две последователни естествени числа извадим квадрата на по-малкото и прибавим единица, ще получим квадрата на по-голямото естествено число.

Упътване: Съставете израза $2n(n+1)-n^2+1$.

III Вариант

1. Разложете на множители:

а) $12x^4 - 18ax^3$; б) $5 - 20b^2$; в) $9ax^3 - 6ax^2 + ax$;
г) $a(x+3)^2 - bx - 3b$; д) $2a^2 - 2b^2 - 5ax + 5bx$; е) $1 - (2x-5)^2$;
ж) $48ax^2 - 24ax + 3a$; з) $x^7 - 25x^9$; и) $4a^2 - 4ab + b^2 - 9$;
к) $a^2x^6 - a^2$.

Отг.: а) $6x^3(2x-3a)$; б) $5(1-2b)(1+2b)$; в) $ax(3x-1)^2$; г) $(x+3)(ax+3a-b)$; д) $(a-b)(2a+2b-5x)$; е) $4(x-2)(3-x)$; ж) $3a(4x-1)^2$; з) $x^7(1-5x)(1+5x)$; и) $(2a-b-3)(2a-b+3)$; к) $a^2(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.

2. Да се докаже, че числовият израз $2.3^{2003} + 9^{1001}$ се дели на 21.
Упътване: $2.3^{2003} + (3^2)^{1001} = 2.3.3^{2002} + 3^{2002}$.

IV Вариант

1. Разложете на множители:

а) $27a^4x - 9a^5$; б) $7 - 28x^2$; в) $20x^3 - 20x^2 + 5x$;
г) $b(x-2)^2 - ax + 2a$; д) $3x^2 - 3y^2 - 8ax - 8ay$; е) $4x^2 - (2-b^2)^2$;
ж) $30x^2 + x - 1$; з) $49x^{11} - x^9$; и) $b^2 - 6bc + 9c^2 - 25$;
к) $ax^5y^6 - axy^4$.

Отг.: а) $9a^4(3x-a)$; б) $7(1-2x)(1+2x)$; в) $5x(2x-1)^2$; г) $(x-2)(bx-2b-a)$; д) $(x+y)(3x-3y-8a)$; е) $(2x-2+b^2)(2x+2-b^2)$; ж) $(6x-1)(5x+1)$; з) $x^9(7x-1)(7x+1)$; и) $(b-3x-5)(b-3c+5)$; к) $axy^4(x^2y-1)(x^2y+1)$.

2. Да се докаже, че числовият израз $16.5^{2003} - 25^{1002}$ се дели на 55.
Упътване: $16.5^{2003} - (5^2)^{1002} = 16.5^{2003} - 5^{2004} = 16.5^{2003} - 5.5^{2003}$.

V Вариант

1. Разложете на множители:

а) $5ax^3 - 10a^2x^2$; б) $x(a+3) - y(a+3)$; в) $(x+2)^2 - 3(x+2)$;
г) $a^2 - ab - 2a + 2b$; д) $x^2 - 4x - 5$; е) $16a^2 - x^2$;
ж) $(x-3)^2 - 9x^2$; з) $16 - (x+4)^2$; и) $x^2 + 2xy + y^2 - x - y$;
к) $2x^3 + 12x^2 + 18x$.

Отг.: а) $5ax^2(x-2a)$; б) $(a+3)(x-y)$; в) $(x+2)(x-1)$; г) $(a-b)(a-2)$; д) $(x-5)(x+1)$; е) $(4a-x)(4a+x)$; ж) $-(2x+3)(4x-3)$; з) $-x(x+8)$; и) $(x+y)(x+y-1)$; к) $2x(x+3)^2$.

2. Пресметнете:
а) $66,7^2 - 33,3^2$; б) $2,73.31 + 2,73.42 + 2,73.27$.

Отг.: а) 3340; б) 273.

3. Съкратете дробните рационални изрази:
а) $\dfrac{x^2-16}{x+4}$ при $x \neq -4$; б) $\dfrac{a^3-8}{a^2+2a+4}$.

Отг.: а) $x-4$; б) $a-2$.

4. Намерете числената стойност на израза $A = (x-2)(x^2+2) + (2-x)(x^2+3)$ при $x = -4$.

Отг.: 6.

VI Вариант

1. Разложете на множители:
а) $8a^2x^4 + 12a^3x^2$; б) $a(x-4) - 5(x-4)$; в) $2(x+1) + (x+1)^2$;
г) $x^2 + xy - 6x - 6y$; д) $x^2 - x - 12$; е) $25x^2 - y^2$;
ж) $(4-y)^2 - 4y^2$; з) $25 - (x-5)^2$; и) $a^2 - 4a + 4 - x^2$;
к) $3x^3 - 24x^2 + 48x$.

Отг.: а) $4a^2x^2(2x^2 + 3a)$; б) $(x-4)(a-5)$; в) $(x+1)(x+3)$; г) $(x+y)(x-6)$; д) $(x-4)(x+3)$; е) $(5x-y)(5x+y)$; ж) $(4-3y)(4+y)$; з) $x(10-x)$; и) $(a-2+x)(a-2-x)$; к) $3x(x-4)^2$.

2. Пресметнете:
а) $10,9^2 + 2.10,9.9,1 + 9,1^2$; б) $5,63.4,271 - 5,63.3,271$.

Отг.: а) 400; б) 5,63.

3. Съкратете дробните рационални изрази:
а) $\dfrac{x^2-49}{x-7}$ при $x \neq 7$; б) $\dfrac{27-x^3}{3-x}$ при $x \neq 3$.

Отг.: а) $x+7$; б) $9 + 3x + x^2$.

4. Намерете числената стойност на израза $A = (x-1)(x^2+2) - (1-x)(3-x^2)$ при $x = -3$.

Отг.: -20.

5. Линейни уравнения с едно неизвестно и уравнения, свеждащи се към тях

I Вариант

Решете уравнението:

1. $4(x-1)^2 - (2x+5)^2 = -77$

Отг.: $x = 2$.

2. $\left(\dfrac{1}{3} - x\right)^2 - \left(\dfrac{1}{3} + x\right)^2 = -1\dfrac{1}{3}x$

Отг.: всяко число е решение.

3. $|(x-3)^2 - 2(4-2x) - x^2| = 1$

Отг.: $x = 0$ и $x = 1$.

4. $3|x^2 - (x-2)^2 + 1| = 8 - |4x - 3|$

Отг.: $x = 1\dfrac{1}{4}$ и $x = \dfrac{1}{4}$.

5. $(3x-7)^2 + 5(7x-4) = 29$

Отг.: $x = 0$ и $x = \dfrac{7}{9}$.

6. $x^2(x+1) - 9x - 9 = 0$

Отг.: $x = -3$, $x = -1$ и $x = 3$.

7. $p(x-3) = 2(x-3)$, p – параметър

Отг.: 1. $p \neq 2, x = 3$; 2. $p = 2$, всяко число е решение.

8. $ax - 2b = 2x + 1$, a и b – параметри

Отг.: 1. $a \neq 2, x = \dfrac{2b+1}{a-2}$; 2. $a = 2, x \neq -\dfrac{1}{2}$, няма решение; 3. $a = 2, p = -\dfrac{1}{2}$, всяко число е решение.

II Вариант

Решете уравнението:

1. $\dfrac{1}{84} - \dfrac{7x-1}{-7} - \dfrac{2x+1}{28} = \dfrac{5}{12}(x+2) - 1$

Отг.: $x = 0$.

2. $(4x-1)^2 - 8(1-x) = (3+4x)(4x-1)$

Отг.: $x = -\dfrac{1}{2}$.

3. $|(y+5)(3y-1) - (3y^2+2)| = 21$

Отг.: $y = -1$ и $y = 2$.

4. $|4x+7| - 9| - 4x - 7| = -24$

Отг.: $x = -1$ и $x = -2\dfrac{1}{2}$.

5. $4x^2 = 12x - 9$

Отг.: $x = 1\dfrac{1}{2}$.

6. $3x(3x-1) - (2x-1)^2 = -1$

Отг.: $x = 0$ и $x = -\dfrac{1}{5}$.

7. $(b+2)x = 4(x+b) + 1$, b – параметър

Отг.: 1. $b \neq 2, x = \dfrac{4b+1}{b-2}$; 2. $b = 2$, няма решение.

8. $2x - 5 = ax + m$, a и m – параметри

Отг.: 1. $a \neq 2, x = \dfrac{m+5}{2-a}$; 2. $a = 2, m \neq -5$, няма решение; 3. $a = 2, m = -5$, всяко число е решение.

III Вариант

Решете уравнението:

1. $(3y-5)^2 + (y+1)(y-1) = 4 + 10y^2$

Отг.: $y = \dfrac{2}{3}$.

2. $\dfrac{3x+1}{6} + \dfrac{x-2}{-4} = \dfrac{x+1}{3} + \dfrac{x}{-12}$

Отг.: няма решение.

3. $|(4x-5)(5+4x)+4x(1-4x)|=15$

Отг.: $x=10$ и $x=2\dfrac{1}{2}$.

4. $2|3y-4|=6|4-3y|-16$

Отг.: $y=0$ и $y=2\dfrac{2}{3}$.

5. $(x+3)^2+(3-x)^2=20$

Отг.: $x=-1$ и $x=1$.

6. $25x=x^3$

Отг.: $x=-5, x=0$ и $x=5$.

7. $(a-1)x=2(x+a)+3$, a – параметър

Отг.: 1. $a\neq 3, x=\dfrac{2a+3}{a-3}$; 2. $a=3$, няма решение.

8. $nx-3a=2x+1$, a и n – параметри

Отг.: 1. $n\neq 2, x=\dfrac{3a+1}{n-2}$; 2. $n=2, a\neq -\dfrac{1}{3}$, няма решение; 3. $n=2, a=-\dfrac{1}{3}$, всяко число е решение.

IV Вариант

Решете уравнението:

1. $5x(x+2)-5(x-1)^2=15$

Отг.: $x=1$.

2. $\dfrac{x-3}{3}+\dfrac{x+3}{2}-x=\dfrac{5(x-1)}{6}-\dfrac{3x-4}{3}$

Отг.: всяко число е решение.

3. $\left|\left(\dfrac{1}{2}x-1\right)^2-x\left(\dfrac{1}{4}x-3\right)\right|=2$

Отг.: $x=\dfrac{1}{2}$ и $x=-1\dfrac{1}{2}$.

4. $5|(1-3x)^2-x(9x-4)|-7|1-2x|=-4$

Отг.: $x=-\dfrac{1}{2}$ и $x=1\dfrac{1}{2}$.

5. $(2x-1)^3-2x(4x^2-1)=-1$

Отг.: $x=0$ и $x=\dfrac{2}{3}$.

6. $x^2(x+1)-x-1=0$

Отг.: $x=-1$ и $x=1$.

7. $m(x-m)=4(m-x)$, m – параметър

Отг.: 1. $m\neq -4$, $x=m$; 2. $m=-4$, всяко число е решение.

8. $2ax-b=x+1$, a и b – параметри

Отг.: 1. $a\neq\dfrac{1}{2}, x=\dfrac{b+1}{2a-1}$; 2. $a=\dfrac{1}{2}, b\neq -1$, няма решение; 3. $a=\dfrac{1}{2}, b=-1$, всяко число е решение.

6. Текстови задачи

I Вариант

1. Цифрата на единиците на едно двуцифрено число е с две по-малка от цифрата на десетиците. Ако числото се раздели на сбора от цифрите му, ще се получи частно 6 и остатък 4. Кое е числото?

Отг.: 64.

2. Фирма трябвало да изпълни поръчка за определено време, като ушива по 30 ризи на ден. След първите три дни тя започнала да произвежда с $66\frac{2}{3}\%$ повече на ден и затова 5 дни преди срока останали още 10 ризи за ушиване. От колко ризи се е състояла поръчката и за колко дни е трябвало да бъде изпълнена?

Отг.: 450 ризи; 15 дни.

3. Моторист изминал половината от пътя между два града за 2 h 30 min, а след това, като увеличил скоростта си с 2 km/h, изминал втората половина от пътя за 2 h и 20 min. Да се намерят разстоянието между двата града и първоначалната скорост.

Отг.: 140 km; 28 km/h.

II Вариант

1. Цифрата на единиците на едно двуцифрено число е с пет по-малка от цифрата на десетиците. Ако от това число извадим числото написано със същите цифри, но в обратен ред, ще получим 45. Намерете първоначалното число.

Отг.: 50; 61; 72; 83 и 94.

2. Стъклар трябвало да изпълни една поръчка за определено време, като изработва по 35 чаши на ден. След първите 5 дни той намалил производителността си с $14\frac{2}{7}\%$ и поради това в уречения срок изработил 45 чаши по-малко от плануваните. За колко чаши е била поръчката и за колко дни е трябвало да се изпълни?

Отг.: 490 чаши; за 14 дни.

3. Лека кола изминала пътя от гр. A до гр. B за 1 h 10 min, а на връщане, като намалила скоростта си с 30 km/h, изминала същото разстояние за 1 h 45 min. Намерете разстоянието между двата града и скоростта, с която е пътувала колата на отиване и на връщане.

Отг.: 105 km; 90 km/h; 60 m/h.

7. Неравенства и системи неравенства от първа степен с едно неизвестно

I Вариант

1. Да се реши неравенството:

а) $(3x-2)(x-1)-2(x-1)^2 \le x(x+1)+7$;

б) $(2x-1)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-6x\right) > 4(x-1)(x+1)-x$;

в) $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{3}-x\right) - \frac{1}{3}(2x-5) > \frac{1}{2}(1-x)(1+x)$.

Отг.: а) $x \ge -3\frac{1}{2}$; б) $0x > -4\frac{3}{4}$, всяко x е решение; в) $x < 2\frac{1}{3}$.

2. Да се определи най-малкото цяло положително число, което не е решение на неравенството

$$|1-(3x-1)^2+(3x+1)(3x-1)| < 2.$$

Отг.: 1.

3. Да се реши:

а) системата $\left|\begin{array}{l}(x+2)(x^2-2x+4)-x^2(x+1) > (3-x)(3+x)+4x\\ 5x+1 > 3(x-1)\end{array}\right.$;

б) неравенството $\frac{5x-1}{1-x} \le 0$.

Отг.: а) $x \in \left(-2; -\frac{1}{4}\right)$; б) $x \in \left(-\infty; \frac{1}{5}\right] \cup (1; +\infty)$.

II Вариант

1. Да се реши неравенството:

а) $3(x-2)^2-(2x-3)(x+1) \ge x(x-4)-x$;

б) $(x-1)(x^2+x+1)-x^2(x-4) < (2x-1)(2x+1)-\left(\frac{1}{3}\right)^2$;

в) $\frac{x}{3}\left(\frac{1}{2}-x\right) - \frac{1}{2}(3x-7) < \frac{1}{3}(2-x)(2+x)$.

Отг.: а) $x \le 2\frac{1}{2}$; б) $0x < -\frac{1}{9}$, $x \in \varnothing$; в) $x > 1\frac{5}{8}$.

2. Да се определи най-малкото цяло число, което не е решение на неравенството

$$|x^2-(2x-3)^2+3x(x-2)| > 1.$$

Отг.: няма такова число.

3. Да се реши:

а) системата $\left|\begin{array}{l}2(x-1)^2+7 < (x-1)(x+1)+x^2\\ 5(x-1) < (-2)^2\end{array}\right.$;

б) неравенството $\frac{x+2}{1-3x} \ge 0$.

Отг.: а) няма решение; б) $x \in \left[-2; \frac{1}{3}\right)$.

8. Класна работа №2

I Вариант

1. Решете уравнението:

а) $(x-2)(x+2)-x=x^2$; б) $1-\dfrac{3-x}{4}=\dfrac{2x-5}{6}$;

в) $x(x+3)-x(2+5x)=0$; г) $|2x-3|=15:5-2$.

Отг.: а) -4; б) 13; в) $x=0$ и $x=\dfrac{1}{4}$; г) $x=2$ и $x=1$.

2. Решете системата неравенства $\left|\begin{array}{l} 5-2x>4 \\ x+5\geq 2 \end{array}\right.$.

Отг.: $x\in\left[-3;\dfrac{1}{2}\right)$.

3. Решете неравенството $\dfrac{2x-6}{x-2}\leq 0$.

Отг.: $x\in(2;3]$.

4. Разстоянието между две гари е 370 km. От двете гари тръгват едновременно товарен и бърз влак и се срещат след 3 часа и 20 минути. Намерете скоростта на бързия влак, ако скоростта на товарния влак е с 21 km/h по-малка от скоростта на бързия.

Отг.: 66 km/h.

II Вариант

1. Решете уравнението:

а) $3+(x-1)^2-x^2=1$; б) $\dfrac{x}{3}-\dfrac{x-3}{4}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{4}$;

в) $(x+3)^2=25+6x$; г) $|3x-1|=(-2)^2-2$.

Отг.: а) $1\dfrac{1}{2}$; б) 8; в) $x=-4$ и $x=4$; г) $x=-\dfrac{1}{3}$ и $x=1$.

2. Решете системата неравенства $\left|\begin{array}{l} 3x-2\geq x \\ 3-2x>x \end{array}\right.$.

Отг.: няма решение.

3. Решете неравенството $\dfrac{2x+1}{x-3}>0$.

Отг.: $x\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup(3;+\infty)$.

4. От два вида месинг, единият от които съдържа 40% цинк, а другият – 30% цинк, е получен месинг с 36% съдържание на цинк. Колко килограма е бил месингът от първия вид, ако теглото на месинга от втория вид е 200 kg?

Отг.: 300 kg.

III Вариант

1. Решете уравнението:

а) $5+(x-1)(x+1)=x^2$; б) $1-\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{3}{2}-\dfrac{x}{4}$;

в) $3x(x-2)+2(3x+1)=29$; г) $|3x+1|=2+10:2$.

Отг.: а) няма решение; б) $x=-4$; в) $x=-3$ и $x=3$; г) $x=-2\dfrac{2}{3}$ и $x=2$.

2. Решете системата неравенства $\left|\begin{array}{l} 3x \le x-4 \\ 2-x>7 \end{array}\right.$.

Отг.: $x \in (-\infty;-5)$.

3. Решете неравенството $\dfrac{2x-2}{x+5} \ge 0$.

Отг.: $x \in (-\infty;-5) \cup [1;+\infty)$.

4. Сборът от цифрите на двуцифрено число е 10. Ако към това число се прибави 72, ще се получи число, записано със същите цифри, но в обратен ред. Намерете числото.

Отг.: 19.

IV Вариант

1. Решете уравнението:

а) $(x+1)^2-x^2=2$; б) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{x-1}{8}$;

в) $3x(x-1)+4=4(x+1)$; г) $|2x-1|=-(-2)^3-3$.

Отг.: а) $\dfrac{1}{2}$; б) 5; в) $x=0$ и $x=2\dfrac{1}{3}$; г) $x=-2$ и $x=3$.

2. Решете системата неравенства $\left|\begin{array}{l} 3-5x \ge 3 \\ 2x-7 \le 0 \end{array}\right.$.

Отг.: $x \in (-\infty;0]$.

3. Решете неравенството $\dfrac{2x+3}{x-2} < 0$.

Отг.: $x \in (-1,5;2)$.

4. Един багер може сам да изкопае канал за 30 дни, а друг – за $\dfrac{2}{3}$ от това време. За колко дни двата багера ще изкопаят канала, ако работят заедно?

Отг.: 12 дни.

V Вариант

1. Да се реши уравнението $(x-2)^2-(2x+1)(2x-1)=x-5(x-1)(x+1)$.

Отг.: $x=0$ и $x=2,5$.

2. Решете неравенството:

а) $(x-3)^2-(2x+1)^2+3x(2+x)<15-x$; б) $3|2x-1| \ge 8-|2x-1|$;

в) $\dfrac{5x+4}{2-x} \le 0$; г) $4a + 2x > 1 + ax$, където a е параметър.

Отг.: а) $x \in \left(-2\frac{1}{3}; +\infty\right)$; б) $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(1\frac{1}{2}; +\infty\right)$; в) $x \in \left(-\infty; -\frac{4}{5}\right] \cup (2; +\infty)$; г) 1. $a < 2, x > \dfrac{1-4a}{2-a}$; 2. $a > 2, x < \dfrac{1-4a}{2-a}$; 3. $a = 2, x \in \varnothing$.

3. За коя стойност на параметъра b двете неравенства $x(b-3) > (b+1)(x-2)$ и $(x-1)^2 > x(x-1)$ са равносилни?

Отг.: $b = 1$.

VI Вариант

1. Да се реши уравнението $(3x+1)^2 - x(x+6) = (2x+1)^2 - x(x-4)$.

Отг.: $x = 0$ и $x = 1\frac{3}{5}$.

2. Решете неравенството:
а) $2(6-4x) - (2x-3)^2 \ge 13 - 4(x-1)^2$; б) $|3x-1| < 12 - |1-3x|$;
в) $\dfrac{5-x}{7x+8} \ge 0$; г) $4a + 2x < 1 + ax$, където a е параметър.

Отг.: а) $x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right)$; б) $x \in \left(-1\frac{2}{3}; 2\frac{1}{3}\right)$; в) $x \in \left(-1\frac{1}{7}; 5\right]$; г) 1. $a < 2, x < \dfrac{1-4a}{2-a}$; 2. $a > 2, x > \dfrac{1-4a}{2-a}$; 3. $a = 2$, $x \in \varnothing$.

3. За коя стойност на параметъра k двете неравенства $k(x-2) < (k+1)(x-3)$ и $\dfrac{x-1}{3} < \dfrac{x+2}{2}$ са равносилни?

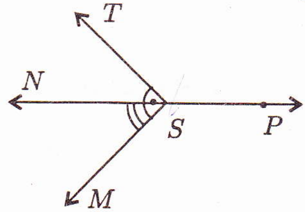
Отг.: $k = -11$.

ГЕОМЕТРИЯ

1. Ъгъл. Видове ъгли

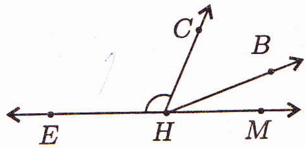
I Вариант

1. На чертежа $\sphericalangle PST = 137^\circ$ и $SM^{\rightarrow} \perp ST^{\rightarrow}$. Намерете мярката на $\sphericalangle NSM$.



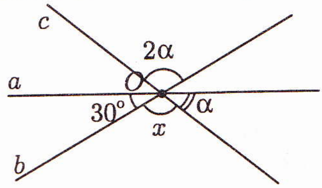
Отг.: $\sphericalangle NSM = 47^\circ$.

2. На чертежа $\sphericalangle MHB = 19°38'$ и $\sphericalangle BHC = 46°53'$. Намерете мярката на $\sphericalangle EHC$.



Отг.: $\sphericalangle EHC = 113°29'$.

3. Правите a, b и c се пресичат в точка O. Намерете мярката на ъгъл x от чертежа.



Отг.: $100°$.

4. Мярката на $\sphericalangle AOB$ е равна на $126°$. Лъчът $OC^{\rightarrow}$ е вътрешен за $\sphericalangle AOB$, такъв, че $\sphericalangle COB$ е с 20% по-малък от $\sphericalangle AOC$. Да се намери $\sphericalangle AOC$.

Отг.: $\sphericalangle AOC = 70°$.

5. Да се намерят големините на два съседни ъгъла, ако:

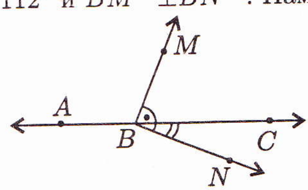
а) единият е $\dfrac{2}{13}$ от другия;

б) разликата им е равна на половината от по-големия от тях.

Отг.: а) $156°; 24°$; б) $120°; 60°$.

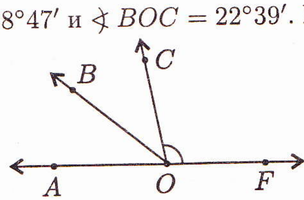
II Вариант

1. На чертежа $\sphericalangle MBA = 112°$ и $BM^{\rightarrow} \perp BN^{\rightarrow}$. Намерете мярката на $\sphericalangle NBC$.



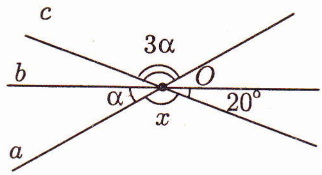
Отг.: $\sphericalangle NBC = 22°$.

2. На чертежа $\sphericalangle AOB = 38°47'$ и $\sphericalangle BOC = 22°39'$. Намерете мярката на $\sphericalangle COF$.



Отг.: $\sphericalangle COF = 118°34'$.

3. Правите a, b и c се пресичат в точка O. По данните от чертежа да се намери мярката на ъгъл x.



Отг.: $120°$.

4. Даден е $\sphericalangle COD$, а $\overrightarrow{OP}$ е негов вътрешен лъч. Ъглите COD и COP се отнасят както $5:2$. Ако $\sphericalangle POD = 69°$, да се намерят мерките на ъглите $\sphericalangle COP$ и $\sphericalangle COD$.

Отг.: $COP = 46°$; $\sphericalangle COD = 115°$.

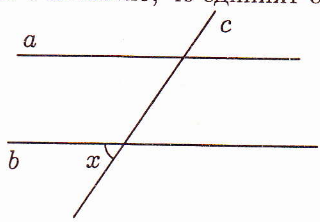
5. Да се намерят големините на два съседни ъгъла, ако:
а) единият е с 80% по-малък от другия;
б) единият е $\dfrac{4}{11}$ от другия.

Отг.: а) $150°; 30°$; б) $132°; 48°$.

2. Ъгли, получени при пресичането на две прави с трета. Ъгли в триъгълника

I Вариант

1. На чертежа правите a и b са успоредни. Намерете мярката на ъгъл x, ако за една двойка прилежащи ъгли е известно, че единият е с $40°$ по-голям от другия.



Отг.: $70°$.

2. Намерете вътрешните (α, β и γ) и външните (α', β' и γ') ъгли на $\triangle ABC$, ако:
а) $\beta = 37°; \gamma' = 100°$; б) $\alpha = 40°; \beta' = 3\beta$.

Отг.: а) $\alpha = 63°; \alpha' = 117°; \gamma = 80°; \beta' = 143°$; б) $\beta = 45°; \gamma = 95°$; $\alpha' = 140°; \beta' = 135°; \gamma' = 85°$.

3. В $\triangle ABC$ ъглополовящите на $\sphericalangle A$ и $\sphericalangle B$ се пресичат в точка L. Намерете $\sphericalangle ALB$, ако $\sphericalangle A = 30°$ и $\sphericalangle B = 80°$.

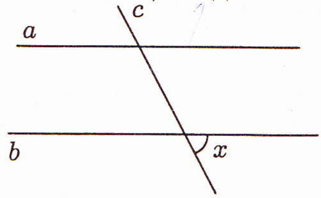
Отг.: $\sphericalangle ALB = 125°$.

4. Височините, построени от върховете A и B на $\triangle ABC$, се пресичат в точка H. Намерете $\sphericalangle AHB$, ако $\sphericalangle A = 40°$ и $\sphericalangle B = 55°$.

Отг.: $\sphericalangle AHB = 95°$.

II Вариант

1. На чертежа правите a и b са успоредни. Намерете мярката на ъгъл x, ако за една двойка прилежащи ъгли е известно, че единият е 3 пъти по-голям от другия.



Отг.: $45°$.

2. Намерете вътрешните (α, β и γ) и външните (α', β' и γ') ъгли на $\triangle ABC$, ако: а) $\beta = 53°; \gamma' = 110°$; б) $\beta = 50°; \alpha' = 3\alpha$.

Отг.: а) $\alpha = 57°; \gamma = 70°; \alpha' = 123°; \beta' = 127°$; б) $\alpha = 45°; \gamma = 85°$; $\alpha' = 135°; \beta' = 130°; \gamma' = 95°$.

3. В $\triangle ABC$ ъглополовящите на $\sphericalangle A$ и $\sphericalangle B$ се пресичат в точка L. Намерете $\sphericalangle ALB$, ако $\sphericalangle C = 110°$.

Отг.: $\sphericalangle ALB = 145°$.

4. Височините, построени от върховете A и B на $\triangle ABC$, се пресичат в точка H. Намерете $\sphericalangle AHB$, ако $\sphericalangle A = 35°$ и $\sphericalangle B = 60°$.

Отг.: $\sphericalangle AHB = 95°$.

III Вариант

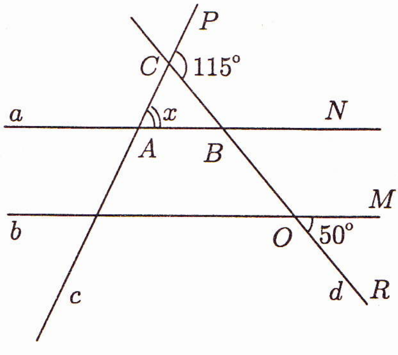
1. В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = \alpha$, $\sphericalangle B = \beta$, $\sphericalangle C = \gamma$, а външният ъгъл при върха A е $\alpha_1 = 135°$ и $\beta : \gamma = 4 : 5$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$.

Отг.: $\sphericalangle A = 45°; \sphericalangle B = 60°; \sphericalangle C = 75°$.

2. Даден е $\triangle ABC$ в който са построени височина CH и ъглополовяща AL, които се пресичат в точка O. Ако $\sphericalangle AOH = 70°$ и $\sphericalangle HCB = 30°$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.

Отг.: $\sphericalangle A = 40°; \sphericalangle B = 60°; \sphericalangle C = 80°$.

3. Успоредните прави a и b са пресечени с правите c и d, както е показано на чертежа. Намерете ъгъла, означен с x.



Отг.: $\sphericalangle x = 65°$.

IV Вариант

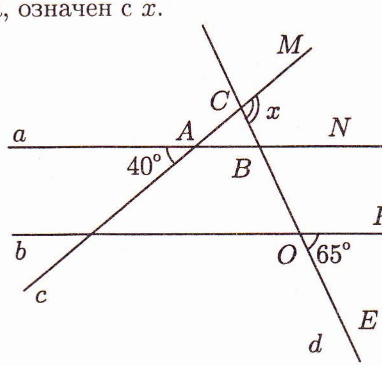
1. В $\triangle ABC$ $\sphericalangle A = \alpha$, $\sphericalangle B = \beta$, $\sphericalangle C = \gamma$, а външният ъгъл при върха B е $\beta_1 = 110°$ и $\alpha : \gamma = 2 : 3$. Намерете ъглите на $\triangle ABC$.

Отг.: $\sphericalangle A = 44°$; $\sphericalangle B = 70°$; $\sphericalangle C = 66°$.

2. Даден е $\triangle ABC$, в който са построени височина CH и ъглополовяща BL, които се пресичат в точка O. Ако $\sphericalangle HOB = 60°$ и $\sphericalangle ACH = 20°$, намерете ъглите на $\triangle ABC$.

Отг.: $\sphericalangle A = 70°$; $\sphericalangle B = 60°$; $\sphericalangle C = 50°$.

3. Успоредните прави a и b са пресечени с правите c и d, както е показано на чертежа. Намерете ъгъла, означен с x.



Отг.: $\sphericalangle x = 105°$.

3. Сбор от ъглите в триъгълник. Ъгли в равнобедрен и в равностранен триъгълник

I Вариант

1. Даден е $\triangle ABC$ $(AB > AC)$. Върху страните AB и BC са взети съответно точките D и E, такива, че $AC = AD$ и $DE = BE$. Ако разликата на ъглите $\sphericalangle ADC$ и $\sphericalangle BDE$ е $20°$, а $\sphericalangle CDE$ е 2 пъти по-голям от $\sphericalangle ADC$, то:

а) да се намерят ъглите на $\triangle ABC$;

б) да се намери ъгълът, заключен между ъглополовящата на външния ъгъл при върха A и височината на $\triangle ABC$, спусната през върха C.

Отг.: а) $80°; 30°; 70°$; б) $40°$.

2. Вън от равностранния $\triangle ABC$ е взета точка M така, че $\sphericalangle ABM = 90°$ и $BM = BC$ и точките C и M лежат в една и съща полуравнина с контур правата AB. Да се намерят ъглите на $\triangle AMC$.

Отг.: $15°; 30°; 135°$.

II Вариант

1. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$, на който $\sphericalangle ACB = 100°$. Точките M и N са съответно върху страните AB и BC и такива, че $CM = CN$. Ако $\sphericalangle CMN : \sphericalangle NMB = 5 : 1$, то:

а) да се намерят ъглите на $\triangle AMC$;

б) да се намери ъгълът между ъглополовящата на $\sphericalangle ACM$ и ъглополовящата на външния ъгъл при върха A на $\triangle ABC$.

Отг.: а) $40°, 120°, 20°$; б) $60°$.

2. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с основа AB и ъгъл между бедрата $20°$. От точка C към BC е издигнат перпендикуляр CS така, че $CS = CB$ и точките S и B са в една и съща полуравнина относно правата AC. Намерете ъглите на $\triangle ABS$.

Отг.: $45°, 125°, 10°$

III Вариант

1. Даден е $\triangle ABC$. Върху BC е взета точка P, такава, че $AC = AP = PB$. Ако $\sphericalangle CAP$ е с $5°$ по-голям от $\sphericalangle PAB$, то:

а) да се намерят ъглите на $\triangle ABC$;

б) да се намери ъгълът между правата AP и ъглополовящата на външния ъгъл при върха C на $\triangle ABC$.

Отг.: а) $75°, 35°, 70°$; б) $15°$.

2. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с ъгъл между бедрата AC и BC $50°$. От точка C е издигнат перпендикуляр CM към AC така, че $CM = CA$. Точките M и B са в една и съща полуравнина относно правата AC. Да се намерят ъглите на $\triangle ABM$.

Отг.: $20°, 135°, 25°$.

IV Вариант

1. Даден е $\triangle ABC$, в който CP е ъглополовяща. През точка P е построена права, успоредна на AC, която пресича BC в точка D. Ако $\sphericalangle CPD$ е пет пъти по-голям от $\sphericalangle PBC$, а $\sphericalangle CAB$ е с $20°$ по-голям от $\sphericalangle CPD$, то:

а) да се намерят ъглите на $\triangle ABC$;

б) ако BH е височина на $\triangle ABC$, да се намери $\sphericalangle CBH$.

Отг.: а) $70°, 10°, 100°$; б) $10°$.

2. Вън от равностранния $\triangle ABC$ е взета точка M, такава, че $\sphericalangle CAM = 90°$ и $AM = BC$. Точките M и B са от различни полуравнини относно правата AC. Намерете ъглите на $\triangle MBC$.

Отг.: $30°, 45°, 105°$.

4. Класна работа №1

I Вариант

1. Разликата на два от ъглите, получени при пресичането на две прави, е $40°$. Определете какви са ъглите.

а) съседни; б) противоположни; в) съответни; г) кръстни.

Отг.: а).

2. Лъчът $OC^{\rightarrow}$ е вътрешен за ъгъл AOB. Намерете мярката на ъгъл AOB, ако $\sphericalangle AOC = 30°$ и $\sphericalangle AOC : \sphericalangle COB = 2:5$.

Отг.: $105°$.

3. Две успоредни прави са пресечени с трета. Да се намерят всички ъгли, ако един от ъглите е три пъти по-голям от своя съседен.

Отг.: $45°; 135°$.

4. Върху бедрата AC и BC на равнобедрения $\triangle ABC$ са взети съответно точките M и N така, че $AM = BN$. Докажете, че:

а) $\triangle ABM \cong \triangle BAN$; б) $AN = BM$.

5. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) ъгъл B е с $30°$ по-малък от ъгъл A, а ъгъл C е три пъти по-голям от ъгъл A;

б) ъгъл A е равен на $50°$, а външният ъгъл при върха C е $110°$;

в) ъгъл B е с 20% по-малък от ъгъл A, а ъгъл C е разлика от ъглите A и B.

Отг.: а) $42°; 12°; 126°$; б) $60°; 70°$; в) $90°; 72°; 18°$.

II Вариант

1. Ъгълът между ъглополовящите на два съседни ъгъла е:

а) винаги прав; б) винаги остър; б) винаги тъп; г) не може да се определи.

Отг.: а).

2. Точките A, B и C лежат на една права, като точка C е между A и B. Намерете дължината на отсечката AC, ако $AB = 15$ cm и $AC : CB = 2:3$.

Отг.: 6 cm.

3. Две успоредни прави са пресечени с трета. Да се намерят всички ъгли, ако разликата на два прилежащи ъгъла е $30°$.

Отг.: $105°, 75°$.

4. Върху раменете на ъгъл с връх точка O са взети точките A и B така, че $OA = OB$. Ако M е произволна точка върху ъглополовящата на ъгъла, докажете че:

а) $\triangle OAM \cong \triangle OBM$; б) $AM = BM$.

5. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:

а) ъгъл A е два пъти по-голям от ъгъл B, а ъгъл C е с $20°$ по-голям от ъгъл B;

б) външните ъгли при върховете A и B са съответно $110°$ и $130°$;

в) ъгъл B е с 25% по-голям от ъгъл A, а ъгъл C е сбор от ъглите A и B.

Отг.: а) $80°; 40°; 60°$; б) $70°; 50°; 60°$; в) $40°; 50°; 90°$.

III Вариант

1. Числата 80, 75 и 55 са градусни мерки на вътрешни ъгли на:
а) остроъгълен триъгълник; б) тъпоъгълен триъгълник;
в) правоъгълен триъгълник; г) няма такъв триъгълник.

Отг.: г).

2. Точките A, B и C лежат на една права, като точка C е между A и B. Намерете дължината на отсечката AC, ако $BC = 6$ и $AC : BC = 2 : 3$.

Отг.: 4 cm.

3. Две успоредни прави са пресечени с трета. Да се намерят всички ъгли, ако сборът на два противоположни ъгъла и на един от съседните им ъгли е $300°$.

Отг.: $120°; 60°$.

4. Даден е четириъгълник $ABCD$, в който $AB \| CD$ и $AB = CD$. Докажете, че:
а) $\triangle ABC \cong \triangle CDA$; б) $BC = DA$.

5. Намерете ъглите на $\triangle ABC$, ако:
а) ъгъл B е с $20°$ по-голям от ъгъл A, а ъгъл C е със $70°$ по-малък от ъгъл B;
б) ъгъл B е $40°$, а външният ъгъл при върха A е $130°$;
в) ъгъл A е с 20% по-голям от ъгъл B, а ъгъл C е 30% от ъгъл B.

Отг.: а) $70°; 90°; 20°$; б) $50°; 90°$; в) $86°24'; 72°; 21°36'$.

5. Равнобедрен триъгълник. Правоъгълен триъгълник с ъгъл 30°. Симетрала. Ъглополовяща на ъгъл

I Вариант

1. Намерете ъглите на равнобедрен триъгълник, ако външен ъгъл при основата е $140°$.

Отг.: $40°, 40°, 100°$.

2. В правоъгълен триъгълник един от острите ъгли е $60°$. Намерете хипотенузата на триъгълника, ако сборът ѝ с катета, лежащ срещу най-малкия ъгъл в триъгълника,е 9 cm.

Отг.: 6 cm.

3. В триъгълник ABC височините AA_1 и BB_1 са равни. Докажете, че $\triangle ABC$ е равнобедрен.

4. Намерете височината към основата в равнобедрен триъгълник, ако ъгълът между бедрата е $120°$, а бедрото е 15 cm.

Отг.: 7,5 cm.

II Вариант

1. Намерете обиколката на равнобедрен триъгълник, ако бедрото му е 5 cm, а основата е с 2 cm по-голяма от бедрото.

Отг.: $P = 17$ cm.

2. В правоъгълен триъгълник един от острите ъгли е 60°. Намерете катета, лежащ срещу най-малкия ъгъл в триъгълника, ако разликата на хипотенузата и този катет е 5 cm.

Отг.: 5 cm.

3. Правоъгълните триъгълници ABC и BAD имат обща хипотенуза AB. Ако $AC = AD$, докажете, че $\triangle ABC \cong \triangle BAD$.

4. В равнобедрен триъгълник ъгълът между бедрата е 30°, а бедрото е 10 cm. Намерете дължината на височината към бедрото.

Отг.: 5 cm.

III Вариант

1. Симетралата на страната BC на $\triangle ABC$ пресича AB в точка H. Ако $\sphericalangle ACH : \sphericalangle ABC = 2 : 5$ и CH е височина в $\triangle ABC$, да се намерят ъглите на $\triangle ABC$.

Отг.: $72^\circ; 45^\circ; 63^\circ$.

2. Да се докаже, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$, ако $AB = A_1B_1$, $AH = A_1H_1$ и $CH = C_1H_1$, където BH и B_1H_1 са височини ($H \in AC, H_1 \in A_1C_1$).

3. Върху страната AC на равностранния $\triangle ABC$ е взета точка M, такава, че $MA = 3$ cm, а $MC = 5$ cm. От точка M са построени разстоянията MH и MP съответно до страните AB и BC. Да се намерят дължините на отсечките BH и BP.

Отг.: $BH = 6,5$ cm; $BP = 5,5$ cm.

IV Вариант

1. Симетралата на страната AC на $\triangle ABC$ пресича страната AB в точка M. Да се намерят ъглите на $\triangle ABC$, ако CM е ъглополовяща на $\sphericalangle ACB$ и $\sphericalangle ABC = 66^\circ$.

Отг.: $38^\circ; 66^\circ; 76^\circ$.

2. Да се докаже, че два триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни по две страни и височина към едната от тях.

3. Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ с хипотенуза AC. Ъглополовящата на $\sphericalangle CAB$ пресича BC в точка L. Ако $BL = \frac{1}{2}AL$ и $BC = 27$ cm, намерете разстоянието от точка L до AC.

Отг.: 9 cm.

V Вариант

1. Кое твърдение е вярно?

а) Два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако бедрата им са съответно равни.

б) Два триъгълника са еднакви, ако трите им ъгли са съответно равни.

в) Два равностранни триъгълника са еднакви, ако имат равни по една страна.

Отг.: в).

2. Кое твърдение **не е** вярно?

а) Два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако катетите им са съответно равни.

б) В равнобедрен правоъгълен триъгълник катетът е половината от хипотенузата.

в) Ъглополовящата на ъгъла срещу основата на равнобедрен триъгълник е симетрала на основата.

Отг.: б).

3. Симетралата на страната AC в $\triangle ABC$ пресича страната BC в точка M. Намерете дължините на отсечките CM и MB, ако $BC = 10$ cm и $AM = 4$ cm.

Отг.: $CM = 4$ cm; $BM = 6$ cm.

4. BP е ъглополовяща на ъгъл B в $\triangle ABC$. Намерете разстоянията от точка P до страните AB и BC, ако $BP = 14$ cm и $\sphericalangle B = 60°$.

Отг.: 7 cm; 7 cm.

5. Даден е $\triangle ABC$. Точките M и N са съответно от страните BC и AC. Ако $AM = BN$ и $AN = BM$, докажете, че $\triangle ABC$ е равнобедрен.

6. $\triangle ABC$ и $\triangle ABC_1$ имат обща основа AB, като точките C и C_1 са в различни полуравнини относно правата AB. Ако $AC = AC_1$ и $BC = BC_1$, докажете, че AB е симетрала на отсечката CC_1.

VI Вариант

1. Кое твърдение **не е** вярно?

а) Два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако имат равни съответно катет и хипотенуза.

б) Симетралата е права, която минава през средата на дадената отсечка.

в) Два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни основа и ъгъл между бедрата.

Отг.: б).

2. Кое твърдение е вярно?

а) Симетралата на отсечка е отсечка.

б) Триъгълник с ъгъл 60° е равностранен.

в) Всяка точка от ъглополовящата на ъгъл е на равни разстояния от раменете на ъгъла.

Отг.: в) .

3. Симетралата на страната BC в $\triangle ABC$ пресича страната AC в точка M. Намерете обиколката на $\triangle BCM$, ако $BM = 7$ cm и $BC = 12$ cm.

Отг.: $P_{BCM} = 26$ cm.

4. Даден е правоъгълен $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) с ъгъл B равен на 30°. AL е ъглополовяща на $\sphericalangle A$, а LH е височина в $\triangle ABL$. Намерете дължината на AL, ако $HL = 6$ cm.

Отг.: $AL = 12$ cm.

5. ABC и ABC_1 имат обща основа – AB. Точките C и C_1 са разположени в една полуравнина относно AB, като $AC = BC_1$ и $AC_1 = BC$. Докажете, че $\sphericalangle ACB = \sphericalangle AC_1B$.

6. Даден е четириъгълник $ABCD$, за който $AB = AD$ и $CB = CD$. Докажете, че AC е симетрала на отсечката BD.

6. Построения с линия и пергел. Неравенства в триъгълника

I Вариант

1. Да се построи само с линия и пергел:

а) ъгъл, равен на 45°;

б) равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$) с ъгъл при основата, равен на даден ъгъл α и страна BC, равна на дадена отсечка a.

2. Да се сравнят страните на $\triangle ABC$, ако $\sphericalangle B$ е с 30° по-малък от $\sphericalangle A$ и два пъти по-голям от $\sphericalangle C$.

Отг.: $BC > AC > AB$.

3. Върху продължението на основата AB на равнобедрения $\triangle ABC$ е взета точка N така, че точката A е между N и B. Докажете, че:

а) $NC > BC$; б) AC е по-малка от полупериметъра на $\triangle NBC$.

II Вариант

1. Да се построи само с линия и пергел:

а) ъгъл, равен на 30°;

б) равнобедрен $\triangle ABC$ ($AC = BC$) с ъгъл между бедрата, равен на даден ъгъл γ и страна AB, равна на дадена отсечка c.

2. Да се сравнят ъглите на $\triangle ABC$, ако страната AC е 7 cm, страната AB е с 3 cm по-голяма от страната BC и периметърът на $\triangle ABC$ е 20 cm.

Отг.: $\sphericalangle C > \sphericalangle B > \sphericalangle A$.

3. В $\triangle ABC$ BL е ъглополовяща ($L \in AC$). Докажете, че:

а) $AL < AB$;

б) BL е по-малка от полупериметъра на $\triangle ABC$.

7. Успоредник. Видове успоредници

I Вариант

1. Даден е правоъгълник $ABCD$ с пресечна точка O на диагоналите. През точка O е построена права m, перпендикулярна на BD, която пресича AB и CD съответно в точките S и Q.

а) Да се определи видът на четириъгълника $SBQD$.

б) Ако $BS = 2AS$, да се намери ъгълът между диагоналите на правоъгълника $ABCD$.

Отг.: а) ромб; б) $60°$.

2. Даден е успоредник $ABCD$, DH и BP са височини ($H \in AB, P \in CD$). AP пресича DH в точка S, а BP пресича HC в точка K.

а) Докажете, че четириъгълникът $AHCP$ е успоредник;

б) Докажете, че четириъгълникът $SHKP$ е успоредник.

II Вариант

1. Даден е ромб $ABCD$ с пресечна т. O на диагоналите. Върху правата BD извън ромба са построени точки M и N, такива, че $BM = AB$ и $DN = AD$.

а) Да се докаже, че $AMCN$ е ромб.

б) Ако $DO = \frac{1}{2}AD$ и $AO = 4$ cm, да се намери периметърът на $AMCN$.

Отг.: б) 32 cm.

2. Даден е правоъгълник $ABCD$ с пресечна точка O на диагоналите. През точка O е построена права l, перпендикулярна на AC, която пресича AB и CD съответно в точките M и N.

а) Да се определи видът на четириъгълника $AMCN$.

б) ако $AM = 2AD$, да се намери ъгълът между диагоналите на правоъгълника $ABCD$.

Отг.: а) ромб; б) $30°$.

III Вариант

1. Даден е успоредник $ABCD$. Ако 7 пъти $\sphericalangle DAB$ е равен на 13 пъти $\sphericalangle ABC$, да се намерят ъглите на успоредника.

Отг.: $117°; 63°$.

2. Даден е квадрат $ABCD$. Върху лъчите $DA^{\rightarrow}$ и $BC^{\rightarrow}$ външно за квадрата са взети съответно точките M и N, такива, че $AM = CN$. Да се докаже, че:

а) $\triangle MBD \cong \triangle NDB$;

б) MN, BD и AC минават през една точка.

IV Вариант

1. Даден е правоъгълник $ABCD$ с пресечна точка на диагоналите O. Ако $\sphericalangle ACB = \frac{2}{5} \sphericalangle BOC$, да се намерят ъглите $\sphericalangle AOD$ и $\sphericalangle ODC$.

Отг.: $\sphericalangle AOD = 100°$; $\sphericalangle ODC = 50°$.

2. Даден е квадрат $ABCD$. Върху правата AC, външно за квадрата, са взети точки S и P, такива, че $AS = CP$. Ако N и Q са съответно средите на страните AB и CD, да се докаже, че четириъгълникът $SNPQ$ е успоредник.

V Вариант

1. Даден е ромб $ABCD$. Ако $\sphericalangle ABC = \frac{2}{13}$ от $\sphericalangle BAD$, да се намерят $\sphericalangle ADB$ и $\sphericalangle ACD$.

Отг.: $\sphericalangle ADB = 12°$; $\sphericalangle ACD = 78°$.

2. Даден е успоредник $ABCD$. През пресечната точка на диагоналите е построена права g. AL и CN са перпендикуляри към правата g ($L \in g; N \in g$). Да се докаже, че четириъгълникът $ALCN$ е успоредник.

VI Вариант

1. Даден е правоъгълник $ABCD$ с пресечна точка O на диагоналите. Ако $CN \perp OB$ ($N \in BD$), а CM е ъглополовяща на $\sphericalangle ACN$, където $M \in AB$, докажете, че $\sphericalangle CMB = 45°$.

2. Даден е успоредник $ABCD$, за който $AD > AB$. Върху BC и AD са взети съответно точки M и N, такива, че $BM = \frac{1}{2}MC$ и $AN = 2ND$. Правата MN пресича правите AB и DC в точките K и F. Да се докаже, че четириъгълникът $BKDF$ е успоредник.

8. Класна работа №2

I Вариант

1. Кое твърдение е вярно?

а) Правоъгълникът е успоредник с равни съседни страни.

б) Във всеки успоредник диагоналите са перпендикулярни.

в) Ако медианата в триъгълник е половината от страната, към която е построена, то триъгълникът е правоъгълен.

г) Два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако бедрата им са равни.

Отг.: в).

2. Кое твърдение **не** е вярно?

а) Два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни катет и хипотенуза.

б) Равнобедрен триъгълник с ъгъл $60°$ е равностранен.

в) Всяка точка от ъглополовящата на ъгъл е на равни разстояния от раменете на ъгъла.

г) Всеки два съседни ъгъла са равни.

Отг.: г).

3. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ $(AC = BC)$. Ъглополовящите AA_1 и BB_1 се пресичат в точка O.

а) Докажете, че $\triangle ABA_1 \cong \triangle BAB_1$.

б) Докажете, че $\triangle ABO$ е равнобедрен.

в) Ако $\sphericalangle C = 90^\circ$ и $CA_1 = 5$ cm, намерете разстоянието от точка A_1 до правата AB.

Отг.: в) 5 cm.

4. Даден е успоредник $ABCD$. Точките E и F са среди съответно на страните BC и AD.

а) Докажете, че $\triangle ABF \cong \triangle CDE$.

б) Докажете, че четириъгълникът $BEDF$ е успоредник.

в) Намерете лицето на успоредника $ABCD$, ако $AF = 5$ cm, $AB = 2BC$ и $\sphericalangle BAD = 30^\circ$.

Отг.: в) 100 cm^2.

II Вариант

1. Кое твърдение **не е** вярно?

а) Ромбът е успоредник, на който диагоналите са перпендикулярни.

б) Четириъгълник, на който срещуположните страни са две по две равни, е успоредник.

в) Всеки ъгъл има два съседни ъгъла.

г) Два триъгълника са еднакви, ако имат равни по една страна и два ъгъла.

Отг.: г).

2. Кое твърдение е вярно?

а) Права, която е перпендикулярна на отсечка, е симетрала на отсечката.

б) Два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако бедрата им са равни.

в) В правоъгълника диагоналите са равни.

г) В правоъгълен триъгълник с ъгъл 30° катетите са равни.

Отг.: в).

3. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ $(AB = BC)$. Медианите AA_1 и BB_1 се пресичат в точка M.

а) Докажете, че $\triangle ABA_1 \cong \triangle BAB_1$.

б) Докажете, че $\triangle ABM$ е равнобедрен.

в) Ако AA_1 е симетрала на отсечката BC и $BA_1 = 5$ cm, намерете дължината на AB.

Отг.: в) 10 cm.

4. Даден е ромб $ABCD$ с пресечна точка O на диагоналите. Върху правата AC, извън ромба, са построени точки M и N, такива, че $AM = CN$.

а) Докажете, че $\triangle MBO \cong \triangle NDO$.

б) Определете вида на четириъгълника $MBND$.

в) Ако OP е медиана в $\triangle MBO (P \in MB)$ и $OP = 3$ cm, намерете периметъра на четириъгълника $MBND$.

Отг.: б) четириъгълникът $BMND$ е ромб; б) $P_{MBND} = 24$ cm.