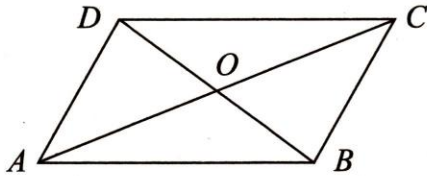


1

Дадено:
 $ABCD$ – успоредник
 $AC \cap BD = O$



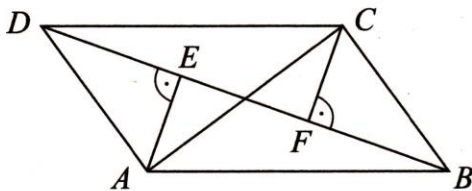
Да се докаже:

$$S_{ABCD} = 4S_{\triangle ABO}$$

Доказателство:

2

Дадено:
 $ABCD$ – успоредник
 $AE \perp BD, CF \perp BD$
 $AC \cap BD = O$



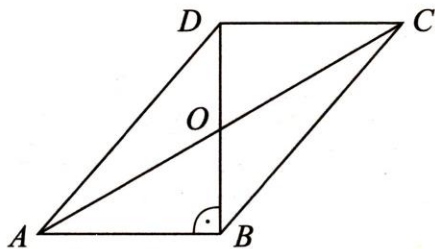
Да се докаже:

$$OE = OF$$

Доказателство:

3

Дадено:
 $ABCD$ – успоредник
 $AC \cap BD = O$
 $BD \perp AB$
 $AC = 2BD$

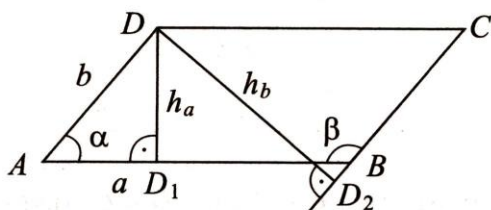


Да се намери:

$$\angle AOD$$

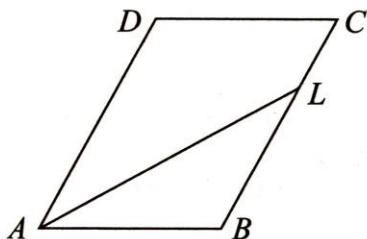
Решение:

- 1** Дадено:
 $\alpha, \beta, h_a, h_b, S_{ABCD}$
 $\alpha : \beta = 1 : 5$
 $DD_1 = h_a, DD_2 = h_b$
 $a = 12 \text{ cm}, b = 8 \text{ cm}$



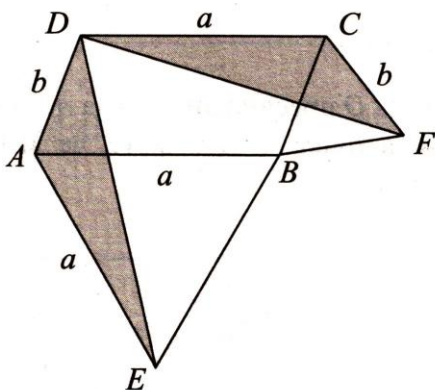
Да се намери: $ABCD$ – успоредник
 Решение:

- 2** Дадено:
 $ABCD$ – успоредник
 AL – ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$
 $BL = 7 \text{ cm}, CL = 3 \text{ cm}$



Да се намери: P_{ABCD}
 Решение:

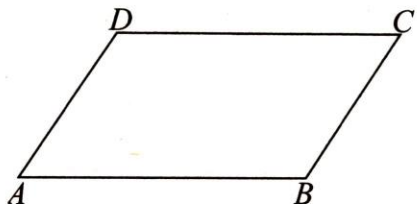
- 3** Дадено:
 $ABCD$ – успоредник
 $\triangle ABE$ и $\triangle BCF$ – равностранни



Да се докаже:
 а) $\triangle ADE \cong \triangle CFD$
 б) $\triangle EFD$ – равностранен
 Доказателство:

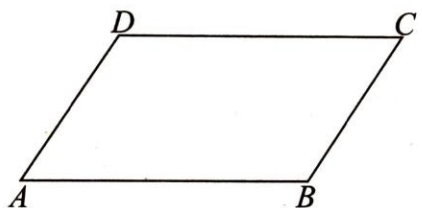
- 1 $ABCD$ е успоредник. Точките M , N , P и Q са среди съответно на страните AB , BC , CD и DA . Докажете, че $MNPQ$ е успоредник.

Доказателство: _____



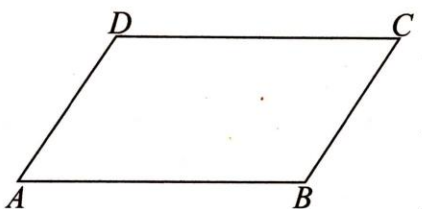
- 2 $ABCD$ е успоредник. Точките M и N са съответно от страните AB и CD и са такива, че $MB = DN$. Докажете, че $AMCN$ е успоредник.

Доказателство: _____



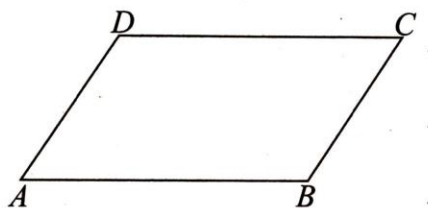
- 3 $ABCD$ е успоредник. Точките M и N лежат на диагонала AC и са такива, че $AM = CN$. Докажете, че $MBND$ е успоредник.

Доказателство: _____

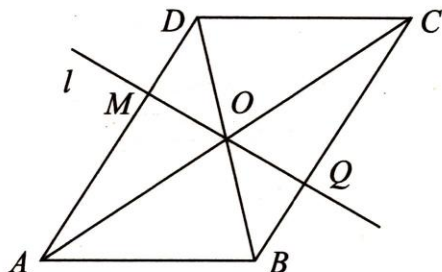


- 4 $ABCD$ е успоредник и $\sphericalangle A < 90^\circ$. Височината през върха D пресича диагонала AC в точка M . Височината през върха B пресича диагонала AC в точка N . Докажете, че $MBND$ е успоредник.

Доказателство: _____



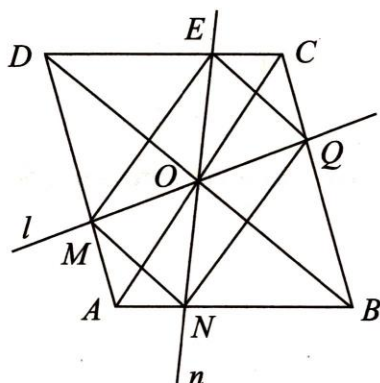
- 1** Дадено:
 $ABCD$ – успоредник, $AC \cap BD = O$
 $O \in l, l \cap AD = M, l \cap BC = Q$



Да се докаже: $OM = OQ$

Доказателство:

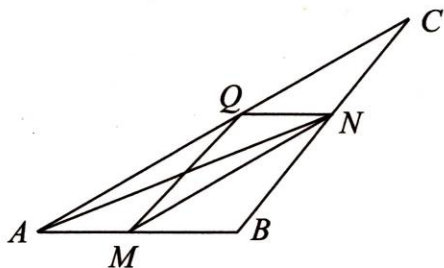
- 2** Дадено:
 $ABCD$ – успоредник
 $AC \cap BD = O$
 $O \in l, l \cap AD = M, l \cap BC = Q$
 $O \in n, n \cap AB = N, n \cap CD = E$



Да се докаже: $MNQE$ – успоредник

Доказателство:

- 3** Дадено:
 $\triangle ABC$
 $N \in BC$
 $NM \parallel AC$
 $NQ \parallel AB$



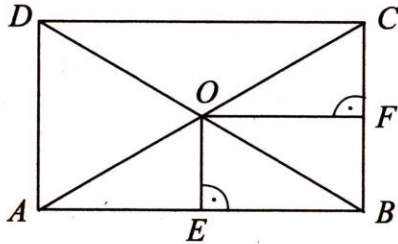
Да се докаже:

отсечката AN разполовява MQ

Доказателство:

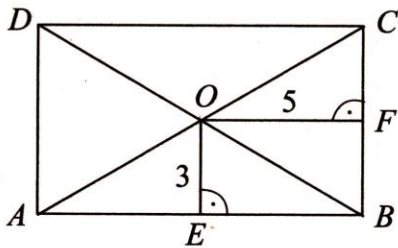
- 1 Диagonalите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O . Намерете разстоянията от точка O до страните на правоъгълника, ако $AB = 12$ cm и $BC = 9$ cm.

Решение:



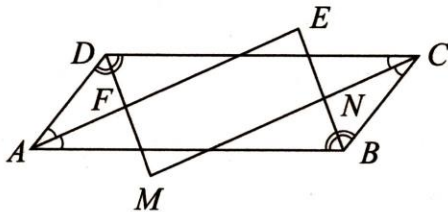
- 2 Разстоянията от пресечната точка на diagonalите на правоъгълника $ABCD$ до страните му са 3 cm и 5 cm. Намерете периметъра и лицето на правоъгълника.

Решение:



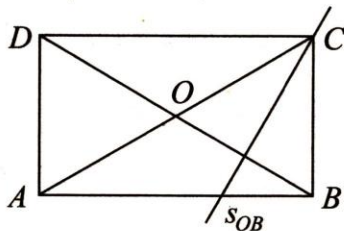
- 3 Докажете, че ъглополовящите на ъглите на успоредник се пресичат в точки, които са върхове на правоъгълник.

Решение:



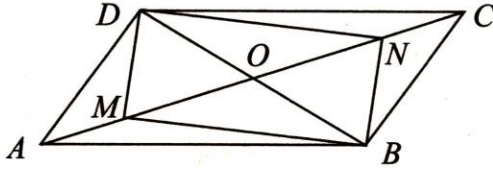
- 4 Диagonalите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O . Симетралата на OB минава през точка C . Намерете големините на $\sphericalangle OAB$ и $\sphericalangle AOD$.

Решение:



- 5 Диagonalите на успоредника $ABCD$ са 12 cm и 8 cm. Върху по-дългия diagonal AC са взети точки M и N така, че $AM = CN = 2$ cm. Докажете, че $MBND$ е правоъгълник.

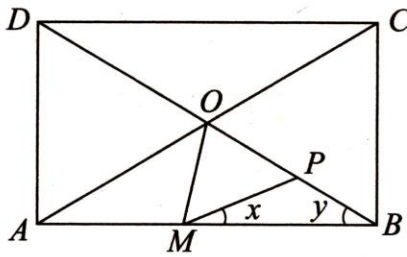
Решение:



- 6 Диagonalите на правоъгълника $ABCD$ се пресичат в точка O . Точките M и P са съответно от отсечките AB и OB и $OM = OP$. Докажете, че $\sphericalangle AOM = 2\sphericalangle BMP$.

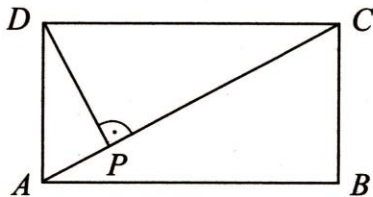
Решение:

$$\sphericalangle PMB = x, \sphericalangle MBP = y \Rightarrow \sphericalangle MPO = x + y$$

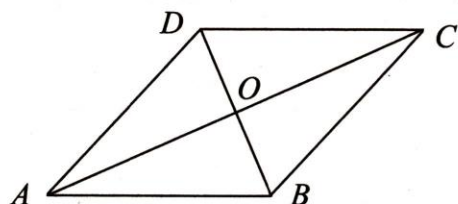


- 7 $ABCD$ е правоъгълник и $DP \perp AC$ ($P \in AC$). Намерете diagonalите на правоъгълника, ако $AP : PC = 1 : 3$ и $AD = 6$ cm.

Решение:

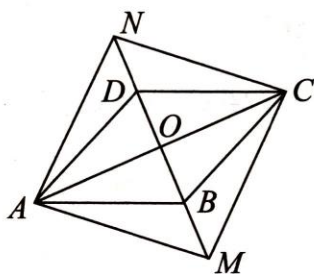


- 1** Диагоналите на ромба $ABCD$ се пресичат в точка O и $AB = 2OB$. Намерете ъглите на ромба.



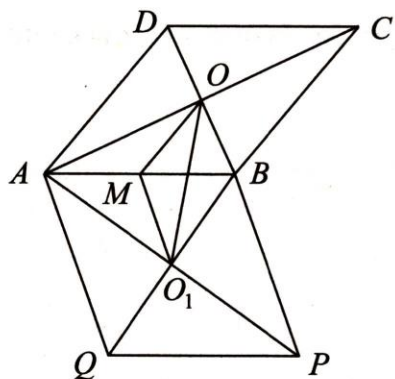
Решение:

- 2** Диагоналите на ромба $ABCD$ се пресичат в точка O . Построени са точките M и N така, че B е среда на OM , а D е среда на ON . Докажете, че $AMCN$ е ромб.



Доказателство:

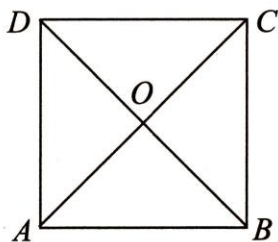
- 3** На чертежа са дадени ромб $ABCD$ с $\sphericalangle BAD = 50^\circ$ и ромб $ABPQ$ с $\sphericalangle BAQ = 70^\circ$. Ако точката M е среда на AB , намерете ъглите на $\triangle MOO_1$, където $AC \cap BD = O$ и $AP \cap BQ = O_1$.



Решение:

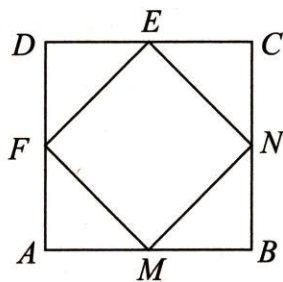
1 Докажете, че за квадрат със страна a и диагонал d е в сила равенството $d^2 = 2a^2$.

Доказателство:



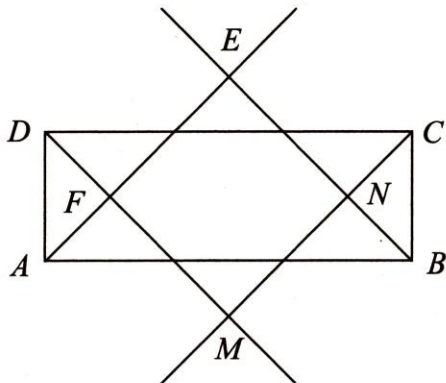
2 Докажете, че средите на страните на даден квадрат са върхове на друг квадрат, чието лице е 2 пъти по-малко от лицето на дадения.

Доказателство:



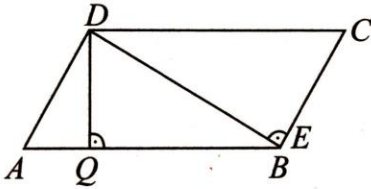
3 Докажете, че ъглополовящите на вътрешните ъгли на един правоъгълник при пресичането си образуват квадрат.

Доказателство:



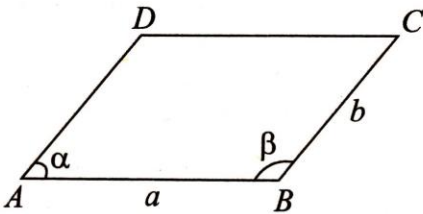
- 1** В успоредника $ABCD$ е дадена страната $AB = 6m + 3$ и височината $DQ = 2m$. Периметърът на успоредника е $6(3m + 1)$. Изразете дължината на височината DE чрез m .

Решение: _____



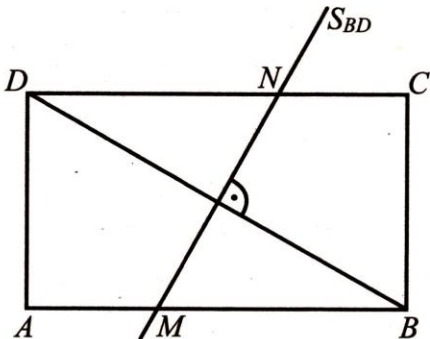
- 2** За успоредника $ABCD$ е известно, че $\alpha : \beta = 1 : 5$ и $a : b = 8 : 5$. Ако обиколката на успоредника е 104 cm, намерете:
- разстоянието от пресечната точка на диагоналите на успоредника до страната AD в сантиметри;
 - лицето на успоредника $ABCD$ в квадратни сантиметри.

Решение: _____



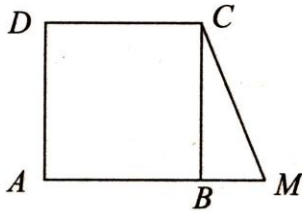
- 3** За правоъгълника $ABCD$ е дадено, че симетралата на диагонала BD пресича страните AB и CD съответно в точки M и N и $AM : MB = 1 : 2$. Ако $AB = 18$ cm, намерете периметъра на $\triangle MND$ в сантиметри.

Решение: _____



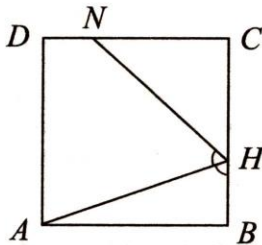
- 4 На продължението на страната AB на квадрата $ABCD$ е взета точка M така, че $BM < AB$. Ако $CM = 2BM$, намерете ъглите на $\triangle AMC$.

Решение: _____



- 5 На страните BC и CD на квадрата $ABCD$ са взети съответно точки H и N така, че $\sphericalangle AHB = \sphericalangle AHN$. Намерете големината на $\sphericalangle HAN$.

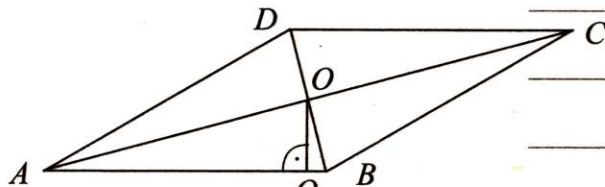
Решение: _____



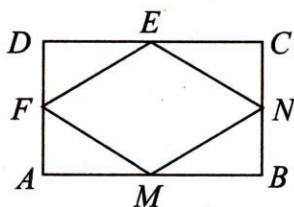
- 6 $ABCD$ е ромб с остър ъгъл 30° и $AC \cap BD = O$. Докажете, че:

- квadratът на страната на ромба е равен на произведението от диагоналите;
- разстоянието от точка O до AB е равно на $\frac{1}{4} AB$.

Доказателство: _____

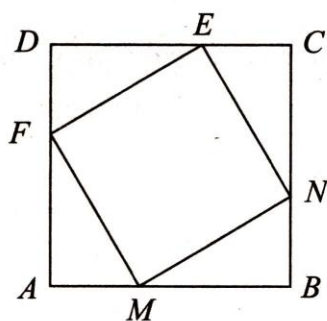


- 1** Страните на правоъгълника $ABCD$ са 12 cm и 8 cm. Намерете лицето на четириъгълника с върхове средите на страните на $ABCD$.



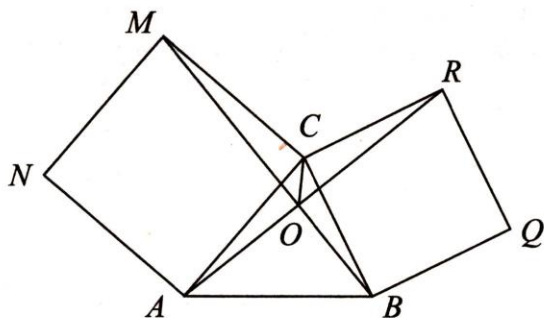
Решение:

- 2** $ABCD$ е квадрат и $AM = BN = CE = DF$. Докажете, че $MNEF$ е квадрат.



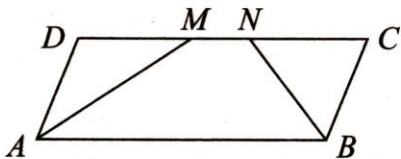
Доказателство:

- 3** Даден е $\triangle ABC$ (остроъгълен). Външно за триъгълника са построени квадратите $ACMN$ и $BQRC$. Ако $AR \cap BM = O$, докажете, че CO е ъглополовяща на $\angle MOR$.

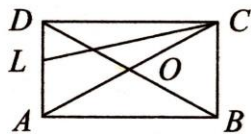


Доказателство:

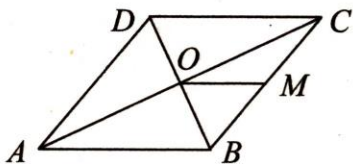
- 1 Страните на успоредника $ABCD$ са $AB = 18$ cm и $BC = 4$ cm. Ако AM е ъглополовяща на $\sphericalangle BAD$, а BN е ъглополовяща на $\sphericalangle ABC$, дължината на MN в сантиметри е:
 А) 10; Б) 6; В) 4; Г) 8.



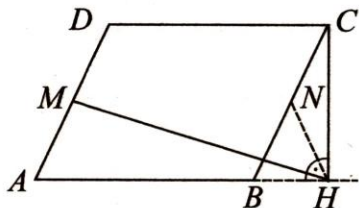
- 2 В правоъгълника $ABCD$ $AC \cap BD = O$ и $\sphericalangle COD = 120^\circ$. Ако CL е ъглополовяща на $\sphericalangle ACD$, големината на $\sphericalangle BCL$ е:
 А) 75° ; Б) 60° ; В) 30° ; Г) 15° .



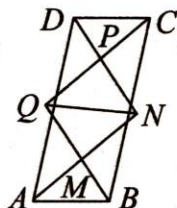
- 3 В ромба $ABCD$ $AC \cap BD = O$ и M е среда на BC . Ако $P_{ABCD} = 64$ cm, дължината на OM в сантиметри е:
 А) 4; Б) 16; В) 6; Г) 8.



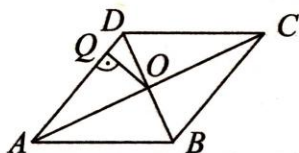
- 4 В успоредника $ABCD$ ($\sphericalangle A < 90^\circ$) точката M е среда на страната AD , а CH е височина ($H \in AB$). Ако $AD = 2AB = 5$ cm, докажете, че $\sphericalangle DMH = 3\sphericalangle AHM$.



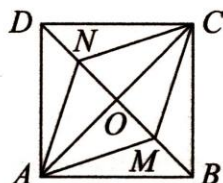
- 1** В успоредника $ABCD$ $AB = 12$ cm и $BC = 30$ cm. Ъглополовящите на ъглите му се пресичат в точки M, N, P и Q , както е показано на чертежа. Дължината на QN в сантиметри е:
 А) 18; Б) 20; В) 24; Г) 30.



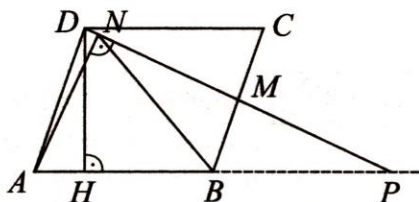
- 2** В ромба $ABCD$ $AC \cap BD = O$ и $\angle BAO : \angle ABO = 1 : 5$. Ако точка O е на разстояние 4 cm от AD , лицето на ромба в квадратни сантиметри е:
 А) 256; Б) 64; В) 32; Г) 128.



- 3** Диагоналите на квадрата $ABCD$ се пресичат в точка O . Точките M и N са среди съответно на OB и OD . Ако периметърът на $ABCD$ е 48 cm, лицето на $AMCN$ в квадратни сантиметри е:
 А) 62; Б) 144; В) 72; Г) 124.



- 4** В успоредника $ABCD$ ($\angle A < 90^\circ$) точката M е среда на страната BC , а DH е височина ($H \in AB$). Точката N е петата на перпендикуляра, спуснат от точката A към правата DM . Ако $DH = 5$ cm и $BN = 10$ cm, намерете лицето на успоредника $ABCD$ в квадратни сантиметри.



Помощно поле

- 1** (1 т.) Лицето на успоредник със страна 27 cm и височина към нея 3 cm е равно на лицето на квадрат. Страната на квадрата в сантиметри е:
 А) 15; Б) 10; В) 9; Г) 6.
- 2** (2 т.) Диагоналите на правоъгълник $ABCD$ се пресичат в точка O . Симетралата на отсечката AO минава през точка D . Тъпият ъгъл между диагоналите е равен на:
 А) 100° ; Б) 110° ; В) 120° ; Г) 150° .
- 3** (2 т.) Ъглите, които диагоналите на ромб образуват с една от страните му, се отнасят както 4 : 5. Острият ъгъл на ромба е:
 А) 80° ; Б) 60° ; В) 50° ; Г) 40° .
- 4** (3 т.) В ромба $ABCD$ $\sphericalangle ABC = 120^\circ$, $AC = 42$ cm. BM ($M \in AC$) и DN ($N \in AC$) са ъглополовящи съответно на $\sphericalangle CBD$ и $\sphericalangle ADB$. Периметърът на четириъгълника $BMDN$ в сантиметри е:
 А) 28; Б) 48; В) 56; Г) 70.
- 5** (4 т.) $ABCD$ е квадрат. Точка E е вътрешна за квадрата и $DE = CE = BC$. Намерете големината на $\sphericalangle EAD$ в градуси.

- 6** (4 т.) В $\triangle ABC$ $\alpha : \beta : \gamma = 2 : 9 : 7$. Външно за триъгълника е построен квадратът $ACDE$. Ако $AD \cap CE = O$, намерете големината на $\sphericalangle BOC$ в градуси.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$,
 където n е броят на
 получените точки.

Общ брой получени точки $n =$

Помощно поле

- 1** (1 т.) Диагоналите на успоредника $ABCD$ се пресичат в точка O . Ако лицето на успоредника е 48 cm^2 , то лицето на $\triangle CDO$ (в cm^2) е:
 А) 36; Б) 24; В) 18; Г) 12.
- 2** (2 т.) Периметърът на правоъгълник е 48 cm , а страните му се отнасят както $5 : 3$. Лицето на правоъгълника (в cm^2) е:
 А) 125; Б) 130; В) 135; Г) 140.
- 3** (2 т.) Даден е ромб $ABCD$ с периметър 80 cm . Ако ъглополовящата на $\sphericalangle ACD$ образува с BD ъгъл, равен на 75° , дължината на по-малкия диагонал на ромба (в cm) е:
 А) 8; Б) 16; В) 20; Г) 40.
- 4** (3 т.) За успоредника $ABCD$ е известно, че $a : b = 7 : 5$. Ако AL ($L \in CD$) е ъглополовяща на $\sphericalangle DAB$, то $DL : LC$ е:
 А) $7 : 2$; Б) $2 : 7$; В) $2 : 5$; Г) $5 : 2$.
- 5** (4 т.) $ABCD$ е квадрат. Точка O е вътрешна за квадрата и $OB = OC = AD$. Намерете големината на $\sphericalangle AOD$ в градуси.

- 6** (4 т.) Върху отсечката AB е взета точка C . В различни полуравнини относно правата AB са построени квадратите $ACMN$ и $CBPQ$. Ако $\sphericalangle QNB = 40^\circ$, намерете големината на $\sphericalangle ABN$ в градуси.

Задача №	1	2	3	4	5	6
Отговори						
Получени точки						

Оценка $K = 2 + \frac{1}{4} \cdot n$,
 където n е броят на получените точки.

Общ брой получени точки $n =$