

2.22 Разлагане многочлени на множители чрез изнасяне на общ множител

1 Изнесете общ множител пред скоби.

а) $5x + 5y =$

б) $6a - 15b =$

в) $-12p + 18q =$

г) $18xy + 45xz =$

д) $25a^2 - 15a =$

е) $-x^4y - x^2z =$

ж) $45z^3xy^4 - 27z^2xy^5 =$

з) $\frac{7}{8}m^4n^4 - \frac{14}{8}m^2n^2 =$

и) $a^5b^9 - a^7b^7 =$

2 Разложете на множители.

а) $xy + xz - x =$

б) $ap + aq + ar =$

в) $2a^2b - 3a^2b^2 + 5ab^2 =$

г) $12x^3y^4 - 36x^2y^3 + 30x^4y^3 =$

д) $5x^2 + 10x^4 + 20x^6 =$

е) $-72m^3n^7 - 54m^4n^6 - 81m^3n^5 =$

ж) $11x^2y^2 - 22x^2y - 33xy^2 - 44xy =$

3 Разложете чрез изнасяне на общ множител.

а) $p(a - b) + q(a - b) =$

б) $x(a - b) + y(b - a) =$

в) $(m - n)p + m - n =$

г) $x + 7 - y(x + 7) =$

д) $15(x^2 - y) - 5(-x^2 + y) =$

е) $p^2(m + n) - q^2(-m - n) =$

4 Представете изразите във вид на произведение.

а) $a(b - 3) + c(b - 3) + 2(b - 3) =$

б) $2x(x^2 - 2y) + 2y(2y - x^2) - 2xy(x^2 - 2y) =$

в) $a(p + q - 1) + b(p + q - 1) + c(1 - p - q) =$

г) $(x + y)^2 - 2z(x + y) =$

д) $(a - b)^3 - ac(b - a)^2 =$

5 Пресметнете по рационален начин.

а) $1128 \cdot 32 - 1028 \cdot 32 =$

б) $55,87 \cdot 34,56 + 44,13 \cdot 34,56 =$

в) $11\frac{1}{3} \cdot 9,9 + 33\frac{1}{2} \cdot 9,9 + 55\frac{1}{6} \cdot 9,9 =$

г) $24 \cdot 13 + 24 \cdot 14 + 58 \cdot 77 - 58 \cdot 53 =$

6 Пресметнете стойността на израза

$12x(3x - 5) - 3y(3x - 5) - (5 - 3x)$ при $x = 10$ и $y = 8$.

2.23 Разлагане чрез формулите за съкратено умножение

1 Разложете на множители.

а) $5^2 - x^2 =$

б) $a^2 - 144 =$

в) $0,09 - p^2 =$

г) $1 - (x - 3)^2 =$

д) $-1 + 81q^2 =$

е) $16 - z^2 =$

ж) $27 - x^3 =$

з) $\frac{27}{125}m^3 + 1 =$

2 Разложете многочлена на множители.

а) $x^2 + 2x + 1 =$

б) $y^2 - 4y + 4 =$

в) $4z^2 - 12z + 9 =$

г) $100x^4 + 60x^2 + 9 =$

д) $-a^2b^2 + 2ab - 1 =$

е) $x^2 + 36y^2 - 12xy =$

ж) $64 + 48x + 12x^2 + x^3 =$

з) $8 - 12a + 6a^2 - a^3 =$

3 Пресметнете по рационален начин.

а) $57^2 - 43^2 =$

б) $12,8^2 - 7,2^2 =$

в) $\left(29\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

г) $108^2 - 16 \cdot 108 + 64 =$

д) $3,6^3 - 3,6^2 \cdot 1,8 + 3 \cdot 0,36 \cdot 3,6 - 0,216 =$

4 Пресметнете стойността на израза.

а) $0,04x^2 + 0,004xy + 0,0001y^2, x = -5, y = 100$

б) $(3a + 5)^2 - 4b(3a + 5) + 3b^2 - 6ab - 9a^2,$
 $a = 12, b = -1$

в) $x^2y^2 - x^2 + 4xy - y^2 + 1, x = 13, y = -12$

5 За коя стойност на p изразът може да се представи като точен квадрат?

а) $x^4 + 2x^2y^p + y^8 =$

б) $49a^2 - pab^2 + 4b^4 =$

2.24 Упражнение

1 Разложете на прости множители.

а) $x(x-3) + 2x(3-x) + (3-x) =$

.....

.....

б) $(12a^2 - 7ab)(a - 2b) - ab(2b - a) =$

.....

.....

в) $(32p^4q^2 - 9)^2 - 81 =$

.....

.....

г) $121(2x - y)^2 - 25(3x - y)^2 =$

.....

.....

д) $m(m - n)^3 - n(n - m)^3 =$

.....

.....

е) $(a - 3)^2 - 9a^2 =$

.....

.....

ж) $x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) =$

.....

.....

з) $b^5 - 2b^3 + b =$

.....

.....

и) $5x^3y^3 - 40 =$

.....

.....

2 Намерете най-малката стойност на изразите.

а) $A = 144x^2 - 72x + 9 + y^2 + 28y + 196 + 18$

.....

.....

.....

.....

б) $B = (15a + b - 8)^2 + 16(15a + b - 8) + 100$

.....

.....

.....

.....

3 Докажете, че:

а) $45^2 - 27^2$ се дели на 18;

.....

.....

б) $14^{12} + 14^{11}$ се дели на 15;

.....

.....

в) $36^5 - 6^9$ се дели на 30;

.....

.....

г) $125^3 - 35^3$ се дели на 30.

.....

.....

4 Докажете, че за всяко естествено число n числото $A = (2n + 3)^2 - (1 - 2n)^2$ се дели на 8.

.....

.....

.....

.....

5 Пресметнете стойността на израза.

а) $\frac{46,7^3 + 53,3^3}{46,7^2 - 46,7 \cdot 53,3 + 53,3^2} =$

.....

.....

.....

.....

б) $\frac{11,2 \cdot (12,8^2 + 7,2^2 + 12,8 \cdot 7,2)}{12,8^3 - 7,2^3} =$

.....

.....

.....

.....

в) $21,9^2 + 0,2 \cdot 21,9 + 0,01 =$

.....

.....

.....

.....

2.25 Разлагане чрез групиране

1 Разложете на множители изразите.

а) $ax - ay + bx - by =$

.....

б) $x^2 - xy - 2x + 2y =$

.....

в) $2az + 5b - 10bz - a =$

.....

г) $-mn + 3m + 8n - 24 =$

.....

д) $a^2b^2 - ab^2 - ab - a^2 =$

.....

е) $2a^3 - a^2b - 2ab^2 + b^3 =$

.....

ж) $3ax - 3a - b + bx =$

.....

з) $x^3 - x^2 - 9x + 9 =$

.....

и) $3b^2x - 5bx + 21b - 35 =$

.....

2 На мястото на * поставете такова събираемо, че полученият многочлен да може да се разложи на множители чрез групиране.

а) $2ax + 2ay - 6x - * =$

.....

.....

б) $3x^2 - 3x + ax + * =$

.....

.....

3 Разложете на множители и намерете числената стойност на израза.

а) $5x^2 - 5xy + 5xz - 2x + 2y - 2z$ за $x = 1, y = -1, z = -3$

.....

.....

.....

б) $x^2 + xy - 5x - 5y$ за $x = 6\frac{3}{5}, y = 0,4$

.....

.....

в) $5a^2 - 5ab - 7a + 7b$ за $a = 4, b = -3$

.....

.....

.....

4 Пресметнете по рационален начин.

а) $24,3 \cdot 6,78 + 45,7 \cdot 11,7 + 30 \cdot 6,78 - 4,92 \cdot 45,7 =$

.....

.....

б) $26 \cdot 17 + 34 \cdot 17 - 26 \cdot 13 - 34 \cdot 13 =$

.....

.....

в) $16\frac{2}{3} \cdot 8,4 - 16\frac{2}{3} \cdot 0,4 - 6\frac{2}{3} \cdot 8,4 + 6\frac{2}{3} \cdot 0,4 =$

.....

.....

.....

2.26 Разлагане чрез комбинирано използване на различни методи

1 Разложете на множители.

а) $4x^2 - 20xy + 25y^2 - 36 =$

.....

.....

б) $9ax + 18ay + 9bx + 18by - 9x - 18y =$

.....

.....

в) $6a^4 - 36a^3b + 54a^2b^2 =$

.....

.....

г) $m^3p - m^2np - mn^2p + n^3p =$

.....

.....

д) $7x^2y^2 - 63x^2z^2 =$

.....

.....

е) $(x^2 + 4x)^2 - 16 =$

.....

.....

ж) $144p^2 - (p^2 + 36)^2 =$

.....

.....

з) $5a^2 - 20b^2 =$

.....

.....

и) $7x^3y^3 - 175xy^3 =$

.....

.....

2 Разложете на множители многочлена.

а) $a^2 + 2ab + b^2 - 1 =$

.....

.....

б) $16x^2 - 8xy - 49z^2 + y^2 =$

.....

.....

в) $9 - p^2 + 2pq - q^2 =$

.....

.....

г) $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y + 1 =$

.....

.....

д) $4a^2 - 8a^3 - 12ab + 9b^2 + 12a^2b =$

.....

.....

3 Разложете на множители квадратния тричлен.

а) $x^2 - 8x + 15 =$

.....

.....

б) $x^2 - 3x - 4 =$

.....

.....

в) $x^2 - x - 6 =$

.....

.....

г) $x^2 + 2x - 15 =$

.....

.....

д) $x^2 - 6x + 8 =$

.....

.....

е) $x^2 + 5x - 24 =$

.....

.....

2.27 Упражнение

1 Разложете на множители.

а) $8x^3 - 36x^2y + 54xy^2 - 27y^3 - 8x + 12y =$

.....
.....

б) $x^5 - x^3 + x^2 - 1 =$

.....
.....

в) $4x^2 - 12x + 5 - 4y - y^2 =$

.....
.....

г) $4a^2 - 16b^2 + 4a + 1 =$

.....
.....

д) $x^6 - y^6 =$

.....
.....

е) $x(y-1) - 3(y-1) - (1-y)^2 =$

.....
.....

ж) $2x^3 - 4y^3 + x^2y - 8xy^2 =$

.....
.....

з) $x^2 - 3x - 10 =$

.....
.....

и) $y^2 - 9y + 14 =$

.....
.....

2 Разложете на множители квадратния тричлен.

а) $2z^2 + 10z + 12 =$

.....
.....

б) $3p^2 + 27p + 54 =$

.....
.....

в) $20a^2 + 9a + 1 =$

.....
.....

г) $12x^2 - 7x + 1 =$

.....
.....

д) $x + 6x^2 - 1 =$

.....
.....

е) $5y + 1 + 4y^2 =$

.....
.....

ж) $9x^2 - 3x - 2 =$

.....
.....

з) $6y^2 + 7y - 5 =$

.....
.....

3 Разложете на множители и пресметнете стойността на израза.

а) $a^2 + 2ab + b^2 - 4c^2$ при $a = 5\frac{5}{8}$, $b = 1\frac{3}{8}$, $c = 2,5$

.....
.....

б) $x^4 + x^3 + x + 1$ при $x = 1$

.....
.....

2.28 Тъждествено преобразуване на изрази. Приложения

1 Пресметнете дробните изрази:

а) $\frac{x^2 + x - 6}{2x^4 - 4x^3} =$

.....
.....
.....
.....

б) $\frac{x^2 - 2xy + y^2}{10x - 10y} =$

.....
.....
.....
.....

в) $\frac{25x^2 - 64}{5x + 8} =$

.....
.....
.....
.....

г) $\frac{a^3 - 3a^2 + 3a - 1}{a^2 - 2a + 1} =$

.....
.....
.....
.....

2 Докажете, че многочленът:

а) $A = x^2 - 7x + 10$ се дели на $(x - 5)$;

.....
.....
.....
.....

б) $B = 2x - 6y - x^2 + 9y^2$ се дели на $(x - 3y)$;

.....
.....
.....
.....

в) $C = x^4 - y^2 + 6y - 9$ се дели на $(x^2 - y + 3)$;

.....
.....
.....
.....

г) $D = p^2 - q^2 - ap - aq$ се дели на $(p - q - a)$.

.....
.....
.....
.....

3 Докажете тъждествата.

а) $9 - 4a^2 + 4ab - b^2 = (2a - b + 3)(b - 2a + 3)$

.....
.....
.....
.....

б) $x - 1 + 2ax - 2a - y + xy = (2a + y + 1)(x - 1)$

.....
.....
.....
.....

в) $(x^3 - 1)(x^3 + 1) = (x^2 - 1)[(x^2 + 1)^2 - x^2]$

.....
.....
.....
.....

4 Числата a и b са цели последователни числа.
Докажете, че $W = a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1$ се дели на 24.

.....
.....
.....
.....

2.29 Упражнение

1 Докажете условните тъждества.

а) $a^2 - 2ba + b^2 - c^2 = -c^2$, ако $a - b = 0$

.....
.....
.....

б) $(a - 1)^3 + x^2(1 - a) = a(a - 1)(a - 2)$, ако $x = 1$

.....
.....
.....

в) $a^2 + b^2 = 60$, ако $a + b = 10$ и $ab = 20$

.....
.....
.....

г) $2ax - ay - by + 2bx = 6x - 3y$, ако $a + b = 3$

.....
.....
.....

2 Съкратете дробните изрази и пресметнете стойността им.

а) $\frac{121x^4y^2 - 77x^2y^2}{88x^2y - 56y}$ при $x = -2, y = 2$

.....
.....
.....

б) $\frac{49x^2 - 14xy + y^2}{35x - 5y}$ при $x = 8, y = 6$

.....
.....
.....

3 Намерете:

а) $a^3 - b^3$, ако $a - b = 9$ и $ab = 8$;

.....
.....
.....

б) ab , ако $a^2 + b^2 = 15$ и $a + b = 5$;

.....
.....
.....

в) $x^2 + \frac{1}{x^2}$, ако $x + \frac{1}{x} = 5$.

.....
.....
.....

4 Намерете най-малката стойност на израза $x^2 - 8x + 26$.

.....
.....
.....

5 Намерете най-голямата стойност на израза $(a + 4)(a^2 - 4a + 16) - a(a^2 + a)$.

.....
.....
.....

2.30 Цели изрази – тест

За всяка задача от 1 до 10 включително има само един верен отговор. Посочете верния отговор.

- 1 Изразът $x^2 + ax + 4$ е квадрат на сбор, ако a е равно на:
 А) 8 Б) 4 В) 6 Г) 10
- 2 Стойността на израза $\frac{150^4 - 149^4}{150^2 + 149^2}$ е равна на:
 А) $\frac{1}{299}$ Б) 1
 В) 299 Г) $1502 + 1490$
- 3 Изразът $125x^3 - y^3$ е тъждествено равен на:
 А) $(5x - y)((5x)^2 + 5xy + y^2)$
 Б) $(5x - y)(25x^2 - 5xy - y^2)$
 В) $5x(25x^2 - y^2)$
 Г) $(5x + y)(25x^2 - 5xy + y^2)$
- 4 Изразът $a^4 - ba^3 - a + b$ съдържа в разлагането си множителя:
 А) $a + b$ Б) $a^2 + a + 1$
 В) $a^3 + 1$ Г) друг отговор
- 5 Пресметнете $\frac{77^3 + 55^3}{132} - 77 \cdot 55$.
 А) 484 Б) 222 В) 444 Г) 448
- 6 Квадратният тричлен $x^2 - 4x + 3$ се дели на:
 А) $x + 3$ Б) $x - 4$ В) $x - 1$ Г) $x + 1$
- 7 Определете стойността на параметъра a , при която многочленът $(2ax + x)(x^2 - 2x + 6)$ не съдържа x^2 .
 А) 1 Б) 0 В) $-\frac{1}{2}$ Г) -2
- 8 Кое от посочените равенства НЕ е тъждество?
 А) $3(x + y) = (y + x) \cdot 3$ Б) $(3x - 3y)^2 = 9(y - x)^2$
 В) $(3x + 3y)^2 = 9(y + x)^2$ Г) $(-3x - 3y)^2 = -3(x - y)^2$
- 9 За $x = 2$ стойността на израза $(2x^2 - 5) : (3 - x)$ е:
 А) -13 Б) 3 В) $-\frac{13}{5}$ Г) $\frac{3}{5}$
- 10 За коя стойност на параметъра m многочленът $A = p^3 - 1 - 2mp^2 - p^2 + 2$ няма член от втора степен?
 А) -1 Б) 1 В) $-\frac{1}{2}$ Г) $\frac{1}{2}$

- 11 Разложете на множители изразите и в таблицата за отговори запишете срещу (А) до (Д) техните тъждествено равни изрази от (1) до (7).

А)	$8x^3 + 27$	(1)	$(9 - 6x + 4x^2)(3 + 2x)$
Б)	$4x^2 + 12x + 9$	(2)	$-(3x - 2)^2$
В)	$9x^2 + 4$	(3)	$(3x + 2)(3x - 2)$
Г)	$4x^2 - 9$	(4)	$(2x + 3)(4x^2 + 6x + 9)$
Д)	$-9x^2 + 12x - 4$	(5)	$(3 + 2x)(2x - 3)$
		(6)	$(2x + 3)^2$
		(7)	Не се разлага на линейни множители

Отговори:	
А)	
Б)	
В)	
Г)	
Д)	

.....

.....

.....

.....

.....

- 12 Приведете многочлена $A = (a - 2x)^2 + 6ax + ax^2 - 5x + 3$ в нормален вид. За коя стойност на параметъра a :
- а) степента на многочлена се намалява с 1;
 б) няма член от първа степен?

.....

.....

.....

.....

.....

Задачи от 1 до 10 включително се оценяват по 2 точки, а задачи 11 и 12 по 5 точки – общо 30 точки.
 0–5 т. – Слаб (2); 6–9 т. – Среден (3); 10–17 т. – Добър (4); 18–25 т. – Мн.добър (5); 26–30 т. – Отличен (6)

3 Уравнения

3.1 Числови равенства. Линеини уравнения

1 Ако $a = b$, оградете верните равенства.

а) $b - a = 0$

б) $a + 4 = 3b + 4$

в) $\frac{a}{2} + 3 = 0,5b + \frac{12}{2^2}$

г) $2a - 5 = 2b + 5$

д) $2a + 13 - 2b - 2 = 11$

е) $6b + 7 = 7 + 6a$

2 Ако $6a + 3b = 25$ и $4a + 7b = 35$, пресметнете $a + b$.

.....

3 Ако $n + 5m = 7$ е вярно числово равенство, пресметнете стойността на израза.

а) $2n + 10m =$

б) $5n + 25m - 3(n + 5m) =$

в) $30 + 3n + 15m =$

.....

.....

4 Свържете уравненията от правоъгълниците със съответните им корени от триъгълниците.

А) $Z + 2 = 15$

Б) $x - 2 = 2x$

В) $3y + 3 = 12$

Г) $0,5x + 0,5 = 1$

Д) $\frac{x+2}{5} = \frac{15}{5}$



.....

.....

.....

5 Намерете корените на уравненията. Напишете ги в редица. Открийте зависимостта между тях. Кое число е следващото в редицата? Напишете уравнение, чийто корен е откритото число.

а) $4x - 11 = 3x + 4$

б) $x - 0,5 = 7,5 + 4$

в) $3x + 2 = 5x - 16$

.....

.....

г) $5x - 2 = 2x + 16$

.....

Редица от корените на уравненията:

Следващото число е:

Уравнение:

6 Открийте името на компанията, създател на първия мобилен телефон, като първо решите уравненията в първата таблица. На всяко число от втората таблица съответства буква от първата таблица. Разгледайте примера, за да решите бързо задачата.

О $x - 4 = 2^2$	М $1,9 - x = 5x - 2,3$	Т $3x - 5 = 7$ $3x = 12$ $x = 4$
Р $\frac{x-2}{7} = \frac{2x-2}{7}$	А $\frac{x}{5} + \frac{x+3}{5} = \frac{7}{5}$	Л $1,5x - 1,7 = 5x - 0,65$

		Т					
0,7	8	4	8	0	8	-0,3	2

Компанията е

3.2 Еквивалентни уравнения

1 Числото $x = 1,5$ е корен на уравнението:

а) $2x - 3 = 7$

.....

.....

б) $3x - 0,5 = -8,5$

.....

.....

в) $5x + 7 = -2^3$

.....

.....

г) $4x - 12 = -6$

.....

.....

2 Свържете правоъгълниците, съдържащи уравненията, с елипсите, в които са записани съответните решения.

А) $2(x + 1) = 2x + 2$

Б) $0,5x = x - 0,5x + 1$

В) $5x - 4 = 5(x - 1)$

Г) $3^2 + 3x = 3(x + 3)$

1) $x \in \emptyset$

2) $x \in \mathbb{Q}$

3 Първата колона на таблицата съдържа уравнения, а третата – техните корени. На всяка буква от първата колона на таблицата съответства точно един номер от третата. Във втората колона срещу уравненията запишете номерата, съответстващи на корените им.

А) $2(x - 3) = 4$		1) 0,4
Б) $0,5(y - 10) = 2,5$		2) 5
В) $(x - 1)^2 - 1 = x^2 + 1$		3) 15
Г) $(x - 2)^2 - 4 = (x - 1)(x + 2)$		4) -0,5

.....

.....

.....

.....

4 В кутийките запишете номерата на двойките еквивалентни уравнения:

1) $(-x - 1)^2 = x^2$

.....

.....

2) $(x - 3)^2 - (x + 3)^2 = 0$

.....

.....

3) $(x + 1)^2 - 4x = x^2 - 2x$

.....

.....

4) $\frac{x-1}{2} + \frac{2x-1}{4} = \frac{x}{2}$

.....

.....

5) $(-x - 1)(x - 1) = -x^2$

.....

.....

6) $3(x - 1) - (x - 4,5) = 4,5$

.....

.....

7) $2(x - 5) = 2(2x - 4,5)$

.....

.....

8) $\frac{3(x-2)}{2} - \frac{x}{3} = \frac{-3^2 \cdot 2}{6}$

.....

.....

<input type="text"/>	и	<input type="text"/>
<input type="text"/>	и	<input type="text"/>
<input type="text"/>	и	<input type="text"/>
<input type="text"/>	и	<input type="text"/>

3.3 Упражнение

1 Решете уравненията. Срецу уравненията от първата колона запишете еквивалентните им уравнения във втората.

а) $2(y - 3) - 2y = -6$

.....

б) $15 - x - |-3| = -x$

.....

в) $3(4x - 3) - 2(5x - 4) = -1$

.....

г) $(x - 1)^2 - 5 = x^2 - 2^2$

.....

д) $x(3x - 1) - (5 - x) = 3x^2$

.....

е) $3y + 2y + 3^2 = 5y + 9$

.....

$2(y - 3) - 2y = -6$		
$15 - x - -3 = -x$		
$3(4x - 3) - 2(5x - 4) = -1$		

2 Решете уравненията.

а) $\frac{2x - 5}{3} = \frac{x - 1}{6}$

.....

б) $\frac{x - 5}{2} = \frac{x - 4}{3}$

.....

в) $\frac{x - 2}{3} - \frac{x}{2} = \frac{5}{6}$

.....

г) $\frac{x - 3}{3} - \frac{x}{2} = 1$

.....

д) $\frac{x + 4}{4} + \frac{x - 2}{3} = \frac{x}{2}$

.....

е) $\frac{x-3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{2x-1}{10}$



- 1 Определете НОК за знаменателите.
НОК (2;5;10) = 10.

$$\frac{x-3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{2x-1}{10}$$

- 2 Умножете всеки член на уравнението с НОК и съкратете знаменателите.

ВНИМАНИЕ! РЕДЪТ СЪС СКОБИТЕ НЕ СЕ ПРОПУСКА!

$$5 \cdot (x-3) - 2 \cdot (x-1) = 2x-1$$

- 3 Разкрийте скобите.

$$5x - 15 - 2x + 2 = 2x - 1$$

- 4 Прехвърлете събираемите с x вляво, а свободните членове вдясно.

$$5x - 2x - 2x = 15 - 1 - 2$$

- 5 Направете привеждане.

$$x = 12$$

ж) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-2}{0,3} = \frac{x}{3}$

$$\frac{x-1}{3} - \frac{10 \cdot (x-2)}{10 \cdot 0,3} = \frac{x}{3}$$

$$\frac{x-1}{3} - \frac{10x-20}{3} = \frac{x}{3}$$

з) $\frac{x}{7} - \frac{x-2}{0,7} = \frac{x}{14}$

и) $\frac{2x-1}{2} - \frac{x+1}{-2} = x$



$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Следователно след изнасяне на минуса пред дробната черта се получава:

$$\frac{2x-1}{2} + \frac{x+1}{2} = x$$

й) $\frac{5x}{4} + \frac{x-1}{-2} = 5$

к) $\frac{4x-3}{3} + \frac{1,2x}{-0,5} = \frac{1+2x}{-15}$

л) $\frac{x}{0,6} + \frac{x+1}{0,2} = \frac{2x}{0,3}$

3.4 Уравнението $(ax + b)(cx + d) = 0$

1 Решете уравненията.

а) $x(x - 3) = 0$

.....
.....

б) $(x + 1)(x - 5) = 0$

.....
.....

2 Разложете на множители и решете уравненията.

а) $6x + x^2 = 0$

.....
.....

б) $3x^2 - 5x = 0$

.....
.....

в) $-8x^2 + 4x = 0$

.....
.....

г) $5x^2 = 25x$

.....
.....



Прехвърлете всичко
отляво на знака = .

3 Решете уравненията.

а) $5(x - 1) + x(x - 1) = 0$

.....
.....



Изнесете общ
множител
пред скоби.

б) $3x(5 - x) - 6(5 - x) = 0$

.....
.....

в) $9(2x - 3) = 3x(2x - 3)$

.....
.....

4 Решете уравненията, като използвате формулите за съкратено умножение.

а) $x^2 - 9 = 0$

.....
.....

б) $25x^2 - 1 = 0$

.....
.....

в) $4x^2 - 36 = 0$

.....
.....

г) $16x^2 = 64$

.....
.....

д) $x^2 + 10x + 25 = 0$

.....
.....

е) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

.....
.....

5 Решете уравненията.

а) $(x - 1)^2 - 2(x - 1) = 0$

.....
.....

б) $(x^2 - x)(4 - x^2) = 0$

.....
.....

3.5 Уравнението $|ax + b| = 0$

1 Решете уравненията.

а) $|x| = 9$

б) $|3x - 5| = -3$

в) $|2x| = 8$

г) $|x + 1| = 0$

д) $|5x - 1| = 4$

е) $|4x - 7| = 7$

ж) $3|5x - 8| = 6$

2 Решете уравненията.

а) $|x| + 3 = 14$

б) $|2x| - 4 = 10$

в) $|2,5 + x| - 1 = 3,5$

3 Намерете сбора от корените на уравнението.

$$\left| \frac{x}{4} - 5 \right| = 6$$

4 Намерете произведението от корените на уравнението.

$$6 + |3x - 8| = 14$$

5 Еквивалентни ли са уравненията?

$$3|1 - x| + 4 = 7 \text{ и } 2x^2 - 4x = 0$$

3.6 Упражнение

1 Еквивалентни ли са уравненията?

а) $6x - 13 = -1$ и $-4x = 2x - 12$

.....
.....
.....
.....

б) $4(x + 5) = 20$ и $3(2 - x) = 3$

.....
.....
.....
.....

2 Решете уравненията.

а) $5 + x^2 = (x - 1)(x + 3)$

.....
.....
.....
.....

б) $(x - 3)^2 = (3 - x)^2$

.....
.....
.....
.....

в) $6(x + 3)(x - 8) = 0$

.....
.....
.....

3 Намерете произведението от корените на уравнението $x^2 - 5x + 4 = 0$.

.....
.....
.....
.....
.....

4 Решете модулните уравнения.

а) $18 - 3|5x + 4| = 0$

.....
.....
.....
.....
.....

б) $|(x - 1)^2 - (x + 2)(x - 2) - 1| = 0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

5 Решете уравнението $(2x - 5)^2 - x(3x - 20) = 26$ и пресметнете числената стойност на израза $A = x_1^3 + x_2^3$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

6 Намерете стойностите на x , за които многочленът $2(x - 1)(x + 2) - 4(1 - x) - 2x^2$ има стойност 16.

.....
.....
.....
.....
.....

3.7 Уравнения, свеждащи се до линейни

1 Решете уравненията.

а) $\frac{x+8}{3} = \frac{5x-7}{5}$

.....
.....
.....
.....

б) $\frac{4x}{5} = \frac{5}{4x}$

.....
.....
.....
.....

в) $(x-3)(x+5)(x-4) = 0$

.....
.....
.....
.....

г) $6x^3 - 12x^2 + 6x = 0$

.....
.....
.....
.....

д) $(2x - x^2)(x^2 + 6) = 0$

.....
.....
.....
.....

$(x^2 + 6) > 0$
 $\Rightarrow (2x - x^2) = 0$

е) $x^4 - 8x = 0$

.....
.....
.....
.....

2 Решете уравненията.

а) $|2x^2 - 8| = 0$

.....
.....
.....
.....

б) $6|x| - 4|x| = 8$

.....
.....
.....

в) $4|2x - 7| = 37 + 3|2x - 7|$

.....
.....
.....
.....

г) $||5x| + 4| = 24$

.....
.....
.....
.....

д) $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

.....
.....
.....
.....

е) $x^6 - 16x^2 = 0$

.....
.....
.....
.....

3.8 Упражнение

1 Решете уравненията.

а) $\frac{x+5}{2} - \frac{x-8}{3} = \frac{35}{6}$

.....

б) $\frac{x-9}{7} - \frac{x+7}{-2} = \frac{7}{2}$

.....

в) $\frac{x-2}{0,3} - \frac{5+2x}{0,6} = 10$

.....

2 Решете уравненията.

а) $|3(x-2) + 5| - 3|3x-1| = -4$

.....

б) $\frac{|x-5|}{2} + \frac{3|5-x|}{4} = 5$

.....

в) $|4x-6| - |6x-9| = -3|2x-3|$

.....

3 В последната колона на таблицата срещу буквата на всяко уравнение запишете номера на съответните му корени.

А) $(x+1)(x-2) = (x+1)^2$	1) -6; 3	А) Б) В) Г)
Б) $3 2x+3 - 2 3+2x = 9$	2) -20	
В) $\frac{x}{5} - \frac{x-1}{3} = 3$	3) всяко x	
	4) -1	
	5) $x \in \emptyset$	
Г) $(x+1)^3 - x(x^2+3) = 0$	6) -3; 6	

.....

3.9 Моделиране с линейни уравнения

- 1 Лицето на правоъгълен триъгълник с катети $(x + 2)$ cm и $4x$ cm е равно на лицето на правоъгълник със страни 2 cm и $(x^2 + 2)$ cm. Намерете хипотенузата на правоъгълния триъгълник.



Използвайте Питагорова теорема.

- 2 Иво купил един сладолед и 5 вафли. На касата платил 5,40 лв. Колко струва една вафла, ако тя е 4 пъти по-евтина от сладоледа?

- 3 Преди 5 години бях на толкова години, на колкото ще бъде брат ми след 7 години. На колко години ще бъде брат ми след 5 години, ако сега аз съм 5 пъти по-голяма от него?

	Преди 5 години	Сега	След 7 години
Аз			
Брат ми			

- 4 Четирима приятели са общо на 38 години. На колко години е всеки от тях, ако вторият е 2 пъти по-голям от първия? Третият е с 5 години по-голям от първия, а четвъртият е с 3 години по-малък от втория.

3.10 Упражнение

- 1 В библиотека разполагали със 780 книги. В понеделник взели за четене $\frac{1}{12}$ от тях, а във вторник върнали $\frac{1}{5}$ от взетите книги. Колко книги е имало след това в библиотеката?

- 2 Годините на брат, сестра и баба им се отнасят както 2 : 3 : 9. Ако бабата е на 63 години, намерете сбора от годините на брата и сестрата.

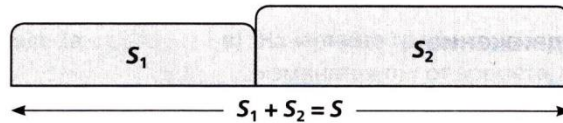
- 3 В една птицеферма имало определен брой кокошки, с 15 по-малко петли и 5 пъти повече пиленца от кокошките. Общият брой на петлите и кокошките е с 66 по-малък от броя на пиленцата. Намерете колко кокошки, петли и пиленца е имало в птицефермата.

- 4 Дължината на правоъгълник е с 4 cm по-дълга от ширината му. Намерете страните на правоъгълника, ако знаете, че когато всяка от страните му се намали с 2 cm, лицето на правоъгълника ще се намали с 16 cm^2 .

	Дължина на правоъгълника	Ширина на правоъгълника	Лице на правоъгълника
Преди намаление			
След намаление			

3.11 Задачи от движение (1)

Движение един срещу друг



1 От два града едновременно един срещу друг тръгват камион и велосипед. Камионът има скорост, три пъти по-голяма от скоростта на велосипеда. Срещат се след 2 h. Ако разстоянието между градовете е 192 km, каква е скоростта на камиона?

	v	t	$s = v \cdot t$
Камион	$3x$	2	$3x \cdot 2$
Велосипед	x	2	$x \cdot 2$

- 1 С x означете скоростта на велосипеда, $x > 0$.
- 2 Попълнете колоната (t).
- 3 Попълнете колоната (v), като изразите скоростта на камиона – тя е три пъти по-голяма от скоростта на велосипеда $\rightarrow 3x$.
- 4 Попълнете колоната (s), като използвате формулата: за камиона $3x \cdot 2$; за велосипеда $x \cdot 2$.

Решение:

Уравнението е: $s_1 + s_2 = s$
 $6x + 2x = 192$

2 В 9:00 часа от град А за град В тръгва камион със скорост 70 km/h, а 1 h по-късно от град В към А тръгва лека кола със скорост 80 km/h. Ако разстоянието между двата града е 220 km, в колко часа двете превозни средства ще се срещнат?

- 1 С x се означава
- 2 Попълва се колоната (v).
- 3 Попълва се колоната (t).

	v	t	$s = v \cdot t$
Камион			
Лека кола			

- 4 С формулата се попълва колоната (s). От данните в тази колоната се записва уравнението: $s_1 + s_2 = s$ или:

ПОСЛЕДОВАТЕЛНОСТ ЗА ПОПЪЛВАНЕ НА ТАБЛИЦИТЕ

- 1 Определя се неизвестната величина и допустимите ѝ стойности.
- 2 В едната колона на таблицата се нанасят дадените величини – конкретни числа (скорост, време, път) за дадените превозни средства.
- 3 В другата колона се нанася означената с x величина и/или изразените чрез x величини.
- 4 Последната колона се попълва, като се използва формулата $v \cdot t = s$. В съответните редове от колоната се записват резултатите от пресмятането.
- 5 Съставя се уравнение, като се използват данните от последно попълнената колона.

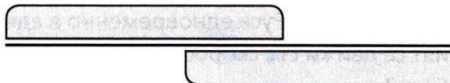
3 От два града едновременно тръгват два автомобила, които се движат съответно със скорост 65 km/h и 85 km/h. Ако разстоянието между автомобилите е 330 km, след колко часа разстоянието между тях ще е 30 km?

Първи случай: Преди срещата.



Уравнението е: $s_1 + s_2 + 30 = s$

Втори случай: След срещата.



Уравнението е: $s_1 - 30 + s_2 = s$

	v	t	$s = v \cdot t$
Автомобил 1			
Автомобил 2			

3.12 Задачи от движение (2)

Еднопосочно движение

- 1 В екшън филм полицейска кола преследва престъпник. Двете коли тръгват от местопрестъплението, като полицейската кола стартира с две минути по-късно. Престъпникът се движи със скорост 90 km/h, а полицейският екип го гони със скорост 120 km/h. След колко минути полицейската кола ще настигне колата на престъпника?

	v	t	$s = v \cdot t$
Полицейски екип			
Престъпник			

Изминатият път от полицейската кола (s_1) е равен на изминатия път от колата с престъпника (s_2).



- С x се означава на престъпника. x
- Попълва се графата (v) в km/h: $90 \text{ km/h} = \frac{90}{60} = \dots\dots\dots \text{ km/min}$; $120 \text{ km/h} = \dots\dots\dots$
- Попълва се графата (t), като се изразява времето на полицейската кола. Тя се движи 2 min по-малко от колата на престъпника.
- Попълва се графата (s), като се използва формулата.
- $s_1 = s_2$. Следователно, ползвайки последно попълнената графа (чрез формулата), уравнението е:

.....

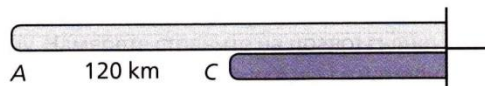
.....

- 2 Лека кола тръгва от град А към град В в 10:00 часа по път, който минава през град С. Леката кола се движи със скорост 90 km/h. В 11:00 часа от град С по същия път и в същата посока тръгва камион, чиято скорост е $\frac{2}{3}$ от скоростта на леката кола. Разстоянието между градовете А и С е 120 km.

- а) В колко часа леката кола ще настигне камиона?
б) На какво разстояние от А ще стане настигането?

	v	t	$s = v \cdot t$
Лека кола			
Камион			

Изминатият път от леката кола е равен на изминатия път от камиона плюс 120 km.



.....

.....

- 3 От центъра на град Русе едновременно в една и съща посока тръгват двама приятели – велосипедисти. Единият се движи със скорост 20 km/h, а другият – с 15 km/h. След колко часа разстоянието между тях ще е 5 km?

	v	t	$s = v \cdot t$
Първи велосипедист			
Втори велосипедист			



.....

.....

3.13 Упражнение

1 Буболечка се движи със скорост 2 m/min . За колко минути ще измине 60 cm ?

.....

2 Заек бяга със скорост 1000 m/min , а куче бяга със скорост 40 km/h . Кое животно бяга по-бързо?

.....

3 Лили разхожда кучето си в парка, като изминава $3,6 \text{ km}$ със скорост $4,5 \text{ km/h}$. През това време кучето бяга пред нея, обръща се и се връща при нея, близва я и отново бяга напред. Тази игра на кучето продължава по време на цялата разходка. Какво разстояние изминава кучето по време на разходката, ако скоростта му е 8 km/h ? (Времето, за което я близва, е пренебрежимо малко.)

.....

4 Турист изкачва хълм за 2 h , като се движи със скорост $x \text{ km/h}$. Почива си половин час, продължава да се движи по равната му част 1 h със скорост $y \text{ km/h}$ и слиза за 1 h , като се движи със скорост $z \text{ km/h}$.

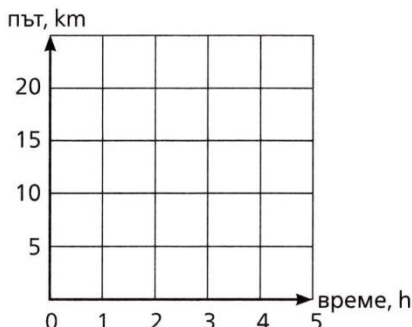
а) Напишете израз, с който да се пресмята средната скорост на туриста.

б) Като използвате данните от таблицата, пресметнете средната скорост и какво разстояние е изминал туристът.

x	y	z
$3,5 \text{ km/h}$	6000 m/h	$116 \frac{2}{3} \text{ m/min}$

.....

в) Начертайте графика на зависимостта на изминатия път от времето, за което се е движил туристът.



5 Лодкар превозва туристи по течението на река от пристанище A до пристанище B и обратно, като престоява във всяко от пристанищата по един час. Един уикенд лодката направила два курса, като пътувала общо 6 h . Ако скоростта на лодката в спокойна вода е 20 km/h и скоростта на течението е 4 km/h , намерете:

а) времето, за което се движи лодката по течението за един курс;

б) разстоянието между двете пристанища.

	v	t	$s = v \cdot t$
По течението			
Срещу течението			



Времето за престоя: 1 h в пристанище B при първото отиване, 1 h в пристанище A при първото връщане и 1 h отново в пристанище B .

.....

3.14 Задачи от работа (1)

- 1 Ани решава домашното си за 3 h. Ива е по-бърза и решава същото домашно за 2 h. За колко време двете заедно ще решат това домашно?

	A	P	t		A	P	t
Ани				Ани			
Ива				Ива			

.....

.....

.....

- 2 Един басейн се пълни от една тръба за 6 h, а от друга за 10 h. За колко часа двете тръби, ако са отворени едновременно, ще напълнят $\frac{1}{3}$ от басейна?

	A	P	t		A	P	t
Първа тръба				Първа тръба			
Втора тръба				Втора тръба			

.....

.....

.....

- 3 Един работник може сам да свърши дадена работа за 15 дни, а друг – за 18 дни. Първият работил сам няколко дни, след което двамата заедно довършили цялата работа за 6 дни. За колко дни са свършили работата?

	A	P	t		A	P	t
Първи работник				Първи работник			
Втори работник				Втори работник			

.....

.....

.....

- 4 Една пералня се пълни от един маркуч за 4 min, а от друг се изпразва за 6 min. За колко минути ще се напълни пералнята, ако се отворят и двата маркуча едновременно?

	A	P	t		A	P	t
Пълнене				Пълнене			
Изпразване				Изпразване			

.....

.....

3.15 Задачи от работа (2)

- 1 Обущар трябвало да изпълни поръчка, като изработва по 10 чифта обувки на седмица. Той увеличил производителността си с 20% и изпълнил поръчката една седмица по-рано. От колко чифта обувки е била поръчката и за колко седмици ги е изработил обущарят?

	A	P	t
По план			
В действителност			

.....

.....

.....

- 2 Работниците от една фирма трябва да произведат по 50 тетрадки на ден, за да изпълнят поръчка. В действителност те увеличили дневната си норма с 5 тетрадки и успели 5 дни преди срока да направят 25 тетрадки повече от предвидените. Намерете колко тетрадки е трябвало да произведат и за колко дни.

	A	P	t
По план			
В действителност			

.....

.....

.....

- 3 Една бригада трябвало да изпълни за 8 дни поръчка за определено количество детайли. След като работила 2 дни по план, тя увеличила дневната си норма с 12 детайла и 3 дни преди срока произвела 6 детайла повече. Намерете дневната норма на бригадата по план и за колко детайла е била поръчката.

	A	P	t
По план			
В действителност			

.....

.....

.....

- 4 Един пчелар планирал да извади меда в даден срок, като обработва по 10 кошера на час. Той работил по план 2 h, след което се изморил и започнал да обработва по 8 кошера на час и 1 h след срока успял да приключи с последния кошер. Намерете колко кошера е имал пчеларя и за колко часа е извадил меда.

	A	P	t
По план			
В действителност			

.....

.....

.....

3.16 Упражнение

- 1 Една пералня се пълни от маркуч за 5 min. След 2 min водата спряла. Каква част от пералнята се е напълнила? Каква част остава да се напълни?

<i>A</i>	<i>P</i>	<i>t</i>

.....

.....

- 2 Ани може да подреди един пъзел за 3 h, Дани – за 4 h, а Мони – за 6 h. За колко часа трите заедно ще подредят пъзела?

	<i>A</i>	<i>P</i>	<i>t</i>		<i>A</i>	<i>P</i>	<i>t</i>
Ани				Ани			
Дани				Дани			
Мони				Мони			

.....

.....

.....

.....

- 3 Казан може да се напълни през един маркуч за 8 h, а през друг да се изпразни за 6 h. Първият маркуч бил отворен известно време, след което го спрели и отворили другия. Той изпразвал казана 2 h по-малко отколкото първия го е пълнил. След което се оказало, че $\frac{1}{12}$ от казана е пълен. По колко часа е бил отворен всеки маркуч?

	<i>A</i>	<i>P</i>	<i>t</i>		<i>A</i>	<i>P</i>	<i>t</i>
Първи маркуч				Първи маркуч			
Втори маркуч				Втори маркуч			

.....

.....

.....

- 4 Мими планирала да прочете определен брой приказки, като прочита по 2 приказки на ден. След първите 5 дни тя започнала да чете с 50% повече приказки на ден и един ден преди срока била прочела 3 приказки повече от планираното. Намерете колко приказки е решила да прочета Мими и колко дни е чела в действителност?

	<i>A</i>	<i>P</i>	<i>t</i>
По план			
В действителност			

.....

.....

.....

3.17 Задачи от капитал

1 Иван внесъл в банка 2000 лв. при годишна лихва 2%.

а) С колко лева е нараснал влогът след една година?

.....

б) Колко лева ще има Иван след една година?

.....

2 Домакиня внесла известна сума на срочен влог за една година при лихва за периода 1,5%. Колко лева е била внесената сума, ако след една година е имала във влога си 507,50 лева?

.....

.....

.....

.....

3 Сумата 3000 лв. била внесена в банка на едногодишен срочен влог. След една година тя нараснала на 3120 лв. Намерете лихвения процент на този влог.

.....

.....

.....

.....

4 Ангел платил за предния месец данък в размер на 85 лв. Тази сума е 20% от декларираните му доходи. Колко лева доход е декларирал Ангел?

.....

.....

.....

.....

5 Колко лева е реалната стойност на 6800 лв., ако е обявена инфлация от 5%?

.....

.....

.....

.....

3.18 Задачи от смеси и сплави

- 1 Колко литра спиртен разтвор с концентрация 40% трябва да се добавят към 15 L спиртен разтвор с концентрация 30%, за да се получи спиртен разтвор с концентрация 35%?

- 2 Смесени са 50 ml концентрат с 30 ml вода. Полученият разтвор е с 35% концентрация. Колко процентен е концентратът?

- 3 Кати смесила 200 ml 3-процентна солна киселина с 300 ml 4-процентна солна киселина. Каква е концентрацията на получената солна киселина?

- 4 Разполагаме с две лютеници. В първата отношението на домати към чушки е 3:1, а във втората – 3:5. По колко килограма трябва да се смесиат от двете лютеници, за да се получи 20 kg нова лютеница, в която отношението на домати към чушки да е 3:2?

3.19 Уравнения – тест

За всяка задача с избираем отговор от 1 до 5 включително само един от посочените четири отговора е верен.

- 1 Коренът на уравнението $(x - 1)^2 - (x - 1)(x + 1) = 8$ е:
 А) -4
 Б) -3
 В) 3
 Г) 4
- 2 Уравнението $3|x - 8| = 6$ е еквивалентно на уравнението:
 А) $5x - 12 = 18$
 Б) $(x - 10)(x + 6) = 0$
 В) $|2x - 16| = |x - 8| + 2$
 Г) $|2x - 16| = 2|x - 8| + 2$
- 3 Колко ml 6-процентен оцет трябва да се прибавят към 3 ml 8-процентен оцет, за да се получи 7-процентен оцет?
 А) 2 ml
 Б) 3 ml
 В) 4 ml
 Г) 5 ml
- 4 Произведението от корените на уравнението $x^2 - 5 = 20$ е:
 А) 5
 Б) -5
 В) 25
 Г) -25
- 5 Кое уравнение има безброй много корени?
 А) $(x - 2)^2 = (2 - x)^2$
 Б) $(x - 2)^2 = (2 + x)^2$
 В) $(x - 2)^2 = (x - 2)(x + 2)$
 Г) $(x - 2)^2 = (2 - x)^3$

За всяка задача от 6 до 9 включително запишете само получените отговори.

- 6 За кое x изразите $\frac{x}{2} + 5$ и $\frac{3x + 4}{4}$ са равни?

- 7 От градовете А и В, разстоянието между които е 255 km, тръгват едновременно един срещу друг автобус и камион. Скоростта на автобуса е с 15 km/h по-малка от скоростта на камиона. Три часа след тръгването те се срещнали. Скоростта на камиона е:

- 8 Срещу буквата на уравнението запишете цифрата на съответното му твърдение.

Уравнение	Твърдение	
А) $2 x + 1 = -2$	1) Има 2 корена.	А)
Б) $-2 x + 1 = -2$	2) Няма решение.	Б)
В) $2 + x + 1 = 2$	3) Всяко x е решение.	В)
Г) $ x + 1 = x + 1 $	4) Има 1 корен.	Г)

- 9 Една тръба пълни един басейн за 2 h, а друга пълни същия басейн за 3 h. За колко време двете тръби заедно ще напълнят $\frac{2}{3}$ от басейна?

За задача 10 запишете решението с необходимите обосновки.

- 10 Решете уравнението $(2x - 3)(2x + 3) = 3(x - 1)^2 - 12$. Ако корените му са x_1 и x_2 , намерете стойността на израза $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2$.

Задачи от 1 до 5 включително се оценяват по 2 точки, задачи от 6 до 9 по 3 точки, а задача 10 – по 8 точки. Общо 30 точки.

0 – 5 т. – Слаб (2); 6 – 9 т. – Среден (3); 10 – 17 т. – Добър (4); 18 – 25 т. – Мн.добър (5); 26 – 30 т. – Отличен (6)