

IV Вариант

Извършете означените действия и направете привеждане:

- $(6b^2 - 6b + 2) + (-5b^2 - 3b - 2) - (-3b^2 - 7b + 4)$
Отг.: $4b^2 - 2b - 4$.
- $2x^3 - (4x^2 - 3x - 5) - (x^3 - 5x^2 - x - 3)$
Отг.: $x^3 + x^2 + 4x + 8$.
- $(x + 4)(x - 3)$
Отг.: $x^2 + x - 12$.
- $(y - 2)(y^2 + 2y + 4)$
Отг.: $y^3 - 8$.
- $(3a - 5)(5a - 1) + 15a$
Отг.: $15a^2 - 13a + 5$.
- $(12a^4y^3 - 15a^3y^4 - 9a^2y^5) : 3a^2y^3$
Отг.: $4a^2 - 5ay - 3y^2$.
- $(16x^3y - 28x^2y^2 + 3xy^3) : (-4xy)$
Отг.: $-4x^2 + 7xy - \frac{3}{4}y^2$.
- $(2x^3 + 3)(x^2 - 2x) - 2x(x^4 - 2x^3)$
Отг.: $3x^2 - 6x$.

2. Формули за съкратено умножение

I Вариант

- Представете с нормален многочлен израза:
а) $(5a + \frac{1}{2})^2$; б) $(3x - 2)(3x + 2)$; в) $(x - 3)^3$;
г) $(1 + 3x)(1 - 3x + 9x^2)$; д) $(2x - y + 1)^2$.
Отг.: а) $25a^2 + 5a + \frac{1}{4}$; б) $9x^2 - 4$; в) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$; г) $1 + 27x^3$;
д) $4x^2 + y^2 + 1 - 4xy + 4x - 2y$.
- Опростете израза:
а) $15(x + 0, 2)(x - 0, 2) - (4x - 3)^2$; б) $a(a + 1)^2 - (a + 1)(a^2 - a + 1) - a(2a + 1)$.
Отг.: а) $-x^2 + 24x - 9, 6$; б) -1 .
- Намерете числената стойност на израза $(x - 2)^3 - x(x + 3)(x - 3) + 6x^2$ при $x = \frac{1}{3}$.
Отг.: -1 .
- Тъждество ли е равенството $(-x - 2)^2 - (x + 2)(x - 2) - 2x(x - 5) = -2(x^2 - 7x - 4)$?
Отг.: Да.

II Вариант

1. Представете с нормален многочлен израза:

- $(3a - \frac{1}{2})^2$; б) $(2x - 5)(2x + 5)$; в) $(x + 2)^3$;
г) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$; д) $(x + 2y - 1)^2$.
Отг.: а) $9a^2 - 3a + \frac{1}{4}$; б) $4x^2 - 25$; в) $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$; г) $8x^3 - 1$;
д) $x^2 + 4y^2 + 1 + 4xy - 2x - 4y$.
2. Опростете израза:
а) $2(2x - 5)^2 - (4x + 0, 3)(4x - 0, 3)$; б) $(a + 1)^3 - (a + 1)(a - 1) - a(a^2 + 2a + 3)$.
Отг.: а) $-8x^2 - 40x + 50, 09$; б) 2 .
3. Намерете числената стойност на израза $x(x - 2)(x + 2) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$ при $x = \frac{1}{4}$.
Отг.: 26 .

4. Тъждество ли е равенството

$$(-x - 3)^2 - 3x(x - 2) - (x - 3)(x + 3) = -3(x^2 - 4x - 6)?$$

Отг.: Да.

3. Класна работа №1

I Вариант

1. Опростете израза:

- $20 - (x + 5)^2 + (x - 1)^2$;
 - $(b^2 + 2)^2 - (b - 2)(b^2 + 4)(b + 2)$;
 - $-8(1 - x)^2 + 5(1 + x)(1 - x) - 2(x - 1)^2$;
 - $(2a + 3)^3 - 2a(2a - 3)(2a + 3) - 36a^2$;
 - $(y + 1)(y^2 - y + 1) - (y - 1)(y^2 + y + 1) + y^3$;
 - $(-2 + 3a)^2 - (-1 - 4a)^2 - 7(1 - a)(1 + a)$;
 - $x(x + 1)^2 - (x + 1)(x^2 - x + 1) - x(2x + 1)$;
 - $(2 - x - y)^2 + 2(2x + 3) - (x + y)^2$.
- Отг.: а) $-12x - 4$; б) $4b^2 + 20$; в) $-15x^2 + 20x - 5$; г) $72a + 27$; д) $y^3 + 2$;
е) $-20a - 4$; ж) -1 ; з) $-4y + 10$.

2. Докажете тъждеството $x(x - 2)(2 + x) - (x - 1)^3 = x(3x - 7) + 1$.

3. Намерете числената стойност на израза $(-1 - 6x)^2 - 9(2x + 1)(2x - 1)$ за $x = -\frac{1}{2}$.
Отг.: 4 .

II Вариант

1. Опростете израза:

- а) $(4x - 3)^2 - (4x - 3)(4x - 2)$;
- б) $(5x - 2)(2 + 5x) - 3x(8x + 1) - x^2$;
- в) $(b^2 - 1)^2 - (b + 1)(b^2 + 1)(b - 1)$;
- г) $(2y - 1)(4y^2 + 2y + 1) - 2y(1 + 2y)(2y - 1)$;
- д) $3(4 - 2x)a - 6(2a^3x - a^2) : (-2a^3) - 2a$;
- е) $5(x - 1)^2 - 2(x + 3)(1 - 3x) - 11x(x - 1)$;
- ж) $(x - 2)^3 - (x^2 - 1)(x - 4) + 2x^2$;
- з) $(x + y - 2)^2 - (x + y)^2 + 2(2y - x)$.

Отг.: а) $-4x + 3$; б) $-3x - 4$; в) $-2b^2 + 2$; г) $2y - 1$; д) $6x - 6ax + 10a - \frac{3}{a}$;
е) $17x - 1$; ж) $13x - 12$; з) $-6x + 4$.

2. Докажете тъждеството

$$5(1 - x)^2 - 3(1 - x)(1 + x) - (-3 - x)^2 + 16x = 7(x - 1)(x + 1).$$

3. Намерете числената стойност на израза $(-1 + x)^3 - x(x + 3)^2 + 9x^2$ за $x = -\frac{2}{3}$.

Отг.: 3.

III Вариант

1. Опростете израза:

- а) $(5x - 2)^2 - (5x - 1)(5x - 4)$;
- б) $(6x - 1)(1 + 6x) - 8x(3x - 1) - 12x^2$;
- в) $(a^2 + 2)^2 - (a - 2)(a^2 + 4)(a + 2)$;
- г) $(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2) - 2y(2y - 1)(1 + 2y)$;
- д) $2(4 - x)x - 6(2x^2y^3 - 3xy^3) : (-3y^3) - 9$;
- е) $3(b^2 + 1)^2 + 2(b - 1)(b^2 + 1) - 5(b - 1)^2$;
- ж) $(x - 1)^3 - x^2(-x - 3) - 2(x + 1)(x^2 - x + 1)$;
- з) $(3 + a - x)^2 - (x - a)^2 - 6(1 - x)$.

Отг.: а) $5x$; б) $8x - 1$; в) $4a^2 + 20$; г) $x^3 + 2y$; д) $2x^2 + 2x - 9$;
е) $3b^4 + 2b^3 - b^2 + 12b - 4$; ж) $3x - 3$; з) $6a + 3$.

2. Докажете тъждеството $(x + 2)^3 - 3x(x^2 + 4) + 2(x - 1)(x^2 + x + 1) = 6(x^2 + 1)$.

3. Намерете числената стойност на израза $(-2 + x)^3 - (-2x - 3)^2 - x^3$, ако $x = -1$.

Отг.: -27 .

IV Вариант

1. Опростете израза:

- а) $12 - 2(x - 1)^2 + (x - 3)(2x - 5)$;
- б) $(a^2 + 1)^2 + (a - 1)(a^2 + 1) - a^2$;
- в) $-(3 + x)^2 + 5(1 - x)^2 - 3(1 - x)(1 + x)$;
- г) $(x - 1)(x^2 - 1)(x + 1) - (x^2 + 1)^2 + x(4x - 1)$;

- д) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - (x - 1)^3 + 3x(x - 1)$;
- е) $(2x - 1)^2 + 4(1 + x)(1 - x)$;
- ж) $(-2 + x)^3 - (2x + 3)^2 - x^3$;
- з) $(1 - 2x + y)^2 - (2x - y)^2 + 4(x - y)$.

Отг.: а) $-7x + 25$; б) $a^4 + a^3 + a$; в) $7x^2 - 16x - 7$; г) $-x$;
д) $6x^2 - 6x$; е) $-4x + 5$; ж) $-10x^2 - 17$; з) $-2y + 1$.

2. Докажете тъждеството $(x + 2)^3 - (x - 2)^3 = 4(3x^2 + 4)$.

3. Намерете числената стойност на израза $(-1 - 5x)^2 - (5x + 2)(5x - 2)$ за $x = -1$.

Отг.: -5 .

4. Разлагане на многочлени на множители

I Вариант

1. Разложете на множители:

- а) $18ab^4 - 9b^5$;
- б) $8x^2 - 2y^2$;
- в) $3ax^2 - 12ax + 12a$;
- г) $3b^3 - 24$;
- д) $25a^2 - (3a - 2)^2$;
- е) $py^2 - py - y + 1$;
- ж) $x^2 - 4x - 45$;
- з) $a^2 + 6ax + 9x^2 - 9$;
- и) $b(2x - 1) - a(2x - 1)^2$;
- к) $x^9 - 16x^5$.

Отг.: а) $9b^4(2a - b)$; б) $2(2x - y)(2x + y)$; в) $3a(x - 2)^2$; г) $3(b - 2)(b^2 + 2b + 4)$;
д) $4(a + 1)(4a - 1)$; е) $(y - 1)(py - 1)$; ж) $(x - 9)(x + 5)$;
з) $(a + 3x - 3)(a + 3x + 3)$; и) $(2x - 1)(b - 2ax + a)$;
к) $x^5(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$.

2. Да се докаже, че произведението на две последователни нечетни числа, намаляно с квадрата на по-малкото от тях се дели на 2.

Упътване: Съставете израза $(2n + 1)(2n + 3) - (2n + 1)^2$.

II Вариант

1. Разложете на множители:

- а) $12x^4 - 4x^3y$;
- б) $6 - 24x^2$;
- в) $5a^3b - 20ab^3$;
- г) $a^2x^4 - 8a^2x$;
- д) $16b^2 - (2b - 3)^2$;
- е) $x^2 + ax - a^2y - axy$;
- ж) $y^2 - 11y + 28$;
- з) $x^2 - 10xy + 25y^2 - 4$;
- и) $n(2 - 3x) - m(2 - 3x)^2$;
- к) $x^{11} - x^5$.

Отг.: а) $4x^3(3x - y)$; б) $6(1 - 2x)(1 + 2x)$; в) $5ab(a - 2b)(a + 2b)$;
г) $a^2x(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$; д) $3(2b - 1)(2b + 3)$; е) $(x + a)(x - ay)$;
ж) $(y - 7)(y - 4)$; з) $(x - 5y - 2)(x - 5y + 2)$; и) $(2 - 3x)(n - 2m + 3mx)$;
к) $x^5(x + 1)(x - 1)(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$.

2. Да се докаже, че ако от удвоеното произведение на две последователни естествени числа извадим квадрата на по-малкото и прибавим единица, ще получим квадрата на по-голямото естествено число.

Упътване: Съставете израза $2n(n + 1) - n^2 + 1$.

III Вариант

1. Разложете на множители:

- а) $12x^4 - 18ax^3$; б) $5 - 20b^2$; в) $9ax^3 - 6ax^2 + ax$;
 г) $a(x+3)^2 - bx - 3b$; д) $2a^2 - 2b^2 - 5ax + 5bx$; е) $1 - (2x-5)^2$;
 ж) $48ax^2 - 24ax + 3a$; з) $x^7 - 25x^9$; и) $4a^2 - 4ab + b^2 - 9$;
 к) $a^2x^6 - a^2$.

Отг.: а) $6x^3(2x-3a)$; б) $5(1-2b)(1+2b)$; в) $ax(3x-1)^2$; г) $(x+3)(ax+3a-b)$;
 д) $(a-b)(2a+2b-5x)$; е) $4(x-2)(3-x)$; ж) $3a(4x-1)^2$; з) $x^7(1-5x)(1+5x)$;
 и) $(2a-b-3)(2a-b+3)$; к) $a^2(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.

2. Да се докаже, че числовият израз $2 \cdot 3^{2003} + 9^{1001}$ се дели на 21.

Упътване: $2 \cdot 3^{2003} + (3^2)^{1001} = 2 \cdot 3 \cdot 3^{2002} + 3^{2002}$.

IV Вариант

1. Разложете на множители:

- а) $27a^4x - 9a^2$; б) $7 - 28x^2$; в) $20x^3 - 20x^2 + 5x$;
 г) $b(x-2)^2 - ax + 2a$; д) $3x^2 - 3y^2 - 8ax - 8ay$; е) $4x^2 - (2-b^2)^2$;
 ж) $30x^2 + x - 1$; з) $49x^{11} - x^9$; и) $b^2 - 6bc + 9c^2 - 25$;
 к) $ax^5y^6 - axy^4$.

Отг.: а) $9a^4(3x-a)$; б) $7(1-2x)(1+2x)$; в) $5x(2x-1)^2$; г) $(x-2)(bx-2b-a)$;
 д) $(x+y)(3x-3y-8a)$; е) $(2x-2+b^2)(2x+2-b^2)$; ж) $(6x-1)(5x+1)$;
 з) $x^9(7x-1)(7x+1)$; и) $(b-3x-5)(b-3c+5)$; к) $axy^4(x^2y-1)(x^2y+1)$.

2. Да се докаже, че числовият израз $16 \cdot 5^{2003} - 25^{1002}$ се дели на 55.

Упътване: $16 \cdot 5^{2003} - (5^2)^{1002} = 16 \cdot 5^{2003} - 5^{2004} = 16 \cdot 5^{2003} - 5 \cdot 5^{2003}$.

V Вариант

1. Разложете на множители:

- а) $5ax^3 - 10a^2x^2$; б) $x(a+3) - y(a+3)$; в) $(x+2)^2 - 3(x+2)$;
 г) $a^2 - ab - 2a + 2b$; д) $x^2 - 4x - 5$; е) $16a^2 - x^2$;
 ж) $(x-3)^2 - 9x^2$; з) $16 - (x+4)^2$; и) $x^2 + 2xy + y^2 - x - y$;
 к) $2x^3 + 12x^2 + 18x$.

Отг.: а) $5ax^2(x-2a)$; б) $(a+3)(x-y)$; в) $(x+2)(x-1)$; г) $(a-b)(a-2)$;
 д) $(x-5)(x+1)$; е) $(4a-x)(4a+x)$; ж) $-(2x+3)(4x-3)$; з) $-x(x+8)$;
 и) $(x+y)(x+y-1)$; к) $2x(x+3)^2$.

2. Пресметнете:

- а) $66 \cdot 7^2 - 33 \cdot 3^2$; б) $2, 73.31 + 2, 73.42 + 2, 73.27$.

Отг.: а) 3340; б) 273.

3. Съкратете дробните рационални изрази:

- а) $\frac{x^2-16}{x+4}$ при $x \neq -4$; б) $\frac{a^3-8}{a^2+2a+4}$.

Отг.: а) $x-4$; б) $a-2$.

4. Намерете числената стойност на израза $A = (x-2)(x^2+2) + (2-x)(x^2+3)$ при $x = -4$.

Отг.: 6.

VI Вариант

1. Разложете на множители:

- а) $8a^2x^4 + 12a^3x^2$; б) $a(x-4) - 5(x-4)$; в) $2(x+1) + (x+1)^2$;
 г) $x^2 + xy - 6x - 6y$; д) $x^2 - x - 12$; е) $25x^2 - y^2$;
 ж) $(4-y)^2 - 4y^2$; з) $25 - (x-5)^2$; и) $a^2 - 4a + 4 - x^2$;
 к) $3x^3 - 24x^2 + 48x$.

Отг.: а) $4a^2x^2(2x^2+3a)$; б) $(x-4)(a-5)$; в) $(x+1)(x+3)$; г) $(x+y)(x-6)$;
 д) $(x-4)(x+3)$; е) $(5x-y)(5x+y)$; ж) $(4-3y)(4+y)$; з) $x(10-x)$;
 и) $(a-2+x)(a-2-x)$; к) $3x(x-4)^2$.

2. Пресметнете:

- а) $10, 9^2 + 2.10, 9.9, 1 + 9, 1^2$; б) $5, 63.4, 271 - 5, 63.3, 271$.

Отг.: а) 400; б) 5,63.

3. Съкратете дробните рационални изрази:

- а) $\frac{x^2-49}{x-7}$ при $x \neq 7$; б) $\frac{27-x^3}{3-x}$ при $x \neq 3$.

Отг.: а) $x+7$; б) $9+3x+x^2$.

4. Намерете числената стойност на израза $A = (x-1)(x^2+2) - (1-x)(3-x^2)$ при $x = -3$.

Отг.: -20.

5. Линейни уравнения с едно неизвестно и уравнения, свеждащи се към тях

I Вариант

Решете уравнението:

1. $4(x-1)^2 - (2x+5)^2 = -77$

Отг.: $x = 2$.

2. $\left(\frac{1}{3} - x\right)^2 - \left(\frac{1}{3} + x\right)^2 = -\frac{1}{3}x$

Отг.: всяко число е решение.

3. $|(x-3)^2 - 2(4-2x) - x^2| = 1$

Отг.: $x = 0$ и $x = 1$.

4. $3|x^2 - (x-2)^2 + 1| = 8 - |4x-3|$

Отг.: $x = 1\frac{1}{4}$ и $x = \frac{1}{4}$.

5. $(3x-7)^2 + 5(7x-4) = 29$

Отг.: $x = 0$ и $x = \frac{7}{9}$.

6. $x^2(x+1) - 9x - 9 = 0$

Отг.: $x = -3$, $x = -1$ и $x = 3$.