

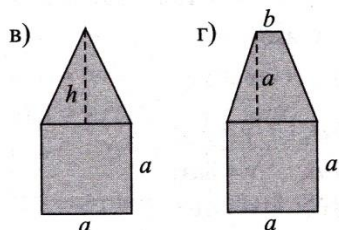
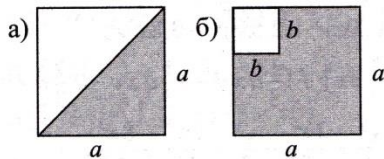
# 1. ЦЕЛИ ИЗРАЗИ

## НИВО А → ЗАДАЧИ ЗА ВСИЧКИ УЧЕНИЦИ

- 1) Дадени са числата  $a$  и  $b$ . Запишете:
- сбора от квадратите им, квадрата на сбора им;
  - разликата от квадратите им, квадрата на разликата им;
  - сбора от кубовете им, куба на сбора им;
  - разликата от кубовете им, куба на разликата им.
- 2) Дадени са числата  $a$  и  $b \neq 0$ . Запишете:
- произведението от квадратите им, квадрата на произведението им;
  - частното от квадратите им, квадрата на частното им;
  - произведението от кубовете им, куба на произведението им;
  - частното от кубовете им, куба на частното им.
- 3) Запишете сбора на две числа, ако едното е  $a$  ( $a > 0$ ), а другото е:
- 10 пъти по-голямо от  $a$ ;
  - 10 пъти по-малко от  $a$ ;
  - с 10 по-голямо от  $a$ ;
  - с 10 по-малко от  $a$ .
- 4) Запишете произведението на две числа, ако едното е  $a$ , а другото е:
- 10% от  $a$ ;
  - $\frac{7}{8}$  от  $a$ ;
  - с 10% по-голямо от  $a$ ;
  - с 10% по-малко от  $a$ ;
  - със  $\frac{7}{8}$  по-малко от  $a$ ;
  - със  $\frac{7}{8}$  по-голямо от  $a$ .
- 5) Намерете израз за периметъра на правоъгълник, ако едната страна е  $a$ , а другата страна  $b$  е:
- с 2,5 (cm) по-голяма от  $a$ ;
  - с 2,5 (cm) по-малка от  $a$ ;
  - 2,5 пъти по-голяма от  $a$ ;
  - 2,5 пъти по-малка от  $a$ .
- 6) Намерете израз за лицето  $S$  на правоъгълник, ако той има измерения:
- $a$  и  $b$ ;
  - $a + 2$  и  $b$ ;
  - $3a$  и  $b + 1$ ;
  - $\frac{2}{3}a$  и  $2b$ .
- 7) Намерете периметъра на триъгълник, на който едната страна е  $a$ , втората страна е с 2 по-голяма от  $a$ , а третата е с 3 по-малка от  $a$ .
- 8) В един ресторант доставили  $p$  kg брашно. Всеки ден употребявали  $q$  kg от него.
- Съставете рационален израз за пресмятане на количеството останало брашно след  $x$  дни.
  - Пресметнете това количество при  $p = 250$  kg,  $q = 32$  kg и  $x = 5$  дни.
- 9) Влак изминал за 1 h 40 km. Колко километра ще измине влакът за  $t$  h? Съставете израз и го пресметнете, ако  $t = 2; 5; 6$  h.
- 10) Двама пешеходци тръгнали един срещу друг от две хижи  $A$  и  $B$  и се срещнали след  $t$  h. Първият се движел от  $A$  към  $B$  със скорост 3 km/h, а вторият – от  $B$  към  $A$  със скорост 5 km/h.
- Съставете рационален израз за разстоянието между двете хижи.
  - Намерете това разстояние, ако срещата е станала след 2 h.

- 11) Тяло е съставено от три куба с ръбове съответно  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Напишете израз за намиране обема на тялото.

- 12) Съставете израз за намиране лицето на оцветените фигури.



- 13) Пресметнете числената стойност на изразите:

а)  $A = 2 + \frac{3}{4}x$  за  $x = 2^4$ ;

б)  $B = x^2 - 5$  за  $x = 5$ ;

в)  $C = x^3 - x + 1$  за  $x = 3$ ;

г)  $D = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$  за  $x = 2^3$ .

- 14) 1 L бензин струва 1,95 лв. Намерете цената  $y$  на  $x$  L бензин, като напишете формула и попълнете таблицата:

$x$	$y$
5	
10	
15	
20	
25	
30	
35	
40	
100	

- 15) Попълнете таблицата:

$x$	$y$	$A = (x - y)^2$	$B = x^2 - 2xy + y^2$
1	2		
-1	-2		
1	-2		
2	-1		
1	1		
-1	-1		
2	1		
-2	1		

Можем ли да твърдим, че изразите  $A$  и  $B$  са тъждествено равни?

- 16) Представете в нормален вид едночлените:

а)  $2xyx$ ;  $3xyy$ ;  $4xyy$ ;

б)  $5x^2x$ ;  $\frac{3}{5}xy^2x$ ;  $7xy^2y$ ;

в)  $2x(-x) \cdot y^2(-1)$ ;  $2axy(-y^2)$ ;  
 $-3 \cdot (-5)x(-2)xyz$ ;

г)  $2a^3x(-3)y(-2x)$ ;  $3ax(-axy)$ ;  
 $5(-2xy)x(-2)xy^2$ .

- 17) Определете коефициентите на едночлените:

а)  $5xy$ ;  $\frac{1}{2}x^2y$ ;  $\frac{3}{4}xy^2$ ;

б)  $-xy$ ;  $-x^2y$ ;  $-3xy^2$ ;

в)  $\frac{2x^2y}{3}$ ;  $\frac{-4x}{5}y$ ;  $-\frac{7x^2}{2}yz$ ;

г)  $\frac{2x}{5}x^2$ ;  $\frac{5y}{6}y^3$ ;  $-\frac{7xy}{8}xy$ .

- 18) Определете степените на едночлените:

а)  $2x^2y$ ;  $5x^3$ ;  $\frac{1}{2}x$ ;

б)  $-1,2x^3y$ ;  $-5xy^5$ ;  $-x^2y^2$ ;

в)  $2xyz$ ;  $5x^2yz$ ;  $7x^2y^2z$ ;

г)  $-3xy^2z^3$ ;  $-7x^3yz^3$ ;  $6x^2yz^8$ .

- 19) Определете коефициентите и степените на едночлените ( $x$ ,  $y$  са променливи,  $a$  е параметър):

а)  $2axy$ ;  $-4axy$ ;

б)  $3x^2ay$ ;  $xy(-2ax)$ ;

- в)  $3a(-2)x$ ;  $-2a(-3x^2)$ ;  
 г)  $4x(-2ay)$ ;  $-3x(-2axy)$ .

**20** Представете в нормален вид едночлените и намерете числената им стойност:

- а)  $A = 2x^2yx$  за  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = 8$ ;  
 б)  $B = xy^2(-3x)$  за  $x = 1$ ,  $y = -1$ ;  
 в)  $C = \frac{3}{4}x(-2y)$  за  $x = -2$ ,  $y = \frac{1}{3}$ ;  
 г)  $D = -2,5x(-y)$  за  $x = 2$ ,  $y = \frac{1}{5}$ .

**21** Напишете едночлените, които са противоположни на дадените:

- а)  $x$ ;  $-x$ ;  $2x$ ;  
 б)  $2ax$ ;  $-3ax$ ;  $\frac{1}{2}ax$ ;  
 в)  $\frac{2}{3}xy$ ;  $-\frac{4}{5}xy$ ;  $0,7xy$ ;  
 г)  $-x^2y$ ;  $x^2y$ ;  $\frac{3x^2}{4}y$ .

**22** Намерете  $u + v$ , ако:

- а)  $u = 3x^2$ ,  $v = 5x^2$ ;  
 б)  $u = 2x^2y$ ,  $v = -2x^2y$ ;  
 в)  $u = 3x^2yz$ ,  $v = \frac{1}{2}x^2yz$ ;  
 г)  $u = -3xy$ ,  $v = -5xy$ .

**23** Намерете  $u - v$ , ако:

- а)  $u = 5x$ ,  $v = 3x$ ;  
 б)  $u = 7x^2$ ,  $v = 8x^2$ ;  
 в)  $u = -3xy$ ,  $v = -4xy$ ;  
 г)  $u = -2xy$ ,  $v = 7xy$ .

**24** Намерете  $u + v + w$ , ако:

- а)  $u = 2xy^2$ ,  $v = -3xy^2$ ,  $w = 4xy^2$ ;  
 б)  $u = -3x^2y$ ,  $v = 7x^2y$ ,  $w = -7x^2y$ ;  
 в)  $u = 6xyz$ ,  $v = -3xyz$ ,  $w = -5xyz$ ;  
 г)  $u = 21xy^2z$ ,  $v = 9xy^2z$ ,  $w = -40xy^2z$ .

Направете приведение:

- 25** а)  $2x - 7x + 3x - x + 5x - x$ ;  
 б)  $4x^2 + x^2 - 8x^2 - x^2 - 2x^2 + 5x^2$ ;  
 в)  $7y - y - 8y + 5y + 3y - 10y$ ;  
 г)  $4y^2 - 7y^2 + 3y^2 - 6y^2 - y^2$ .

- 26** а)  $2ax + 5ax - 7ax - 2ax + 4ax$ ;  
 б)  $axy - 5axy + 4axy - axy - 2axy$ ;  
 в)  $7ax^2 + 4ax^2 - 3ax^2 - ax^2 - 5ax^2$ ;  
 г)  $2ax^2y - 5ax^2y + ax^2y - 3ax^2y - ax^2y$ .

- 27** а)  $1\frac{2}{3}ax - 5ax - \frac{2}{3}ax + 7ax$ ;  
 б)  $0,3x^2y^2 + 2,5x^2y^2 - 3,8x^2y^2$ ;  
 в)  $\frac{1}{3}axy + 1\frac{1}{3}axy - 3\frac{1}{3}axy - 2\frac{2}{3}axy$ ;  
 г)  $\frac{x^3}{3} + \frac{2x^3}{5} - \frac{x^3}{3} - \frac{7x^3}{15} + \frac{8x^3}{15}$ .

Намерете  $u \cdot v$ , ако:

- 28** а)  $u = 2x$ ,  $v = 3x$ ;  
 б)  $u = 7y^2$ ,  $v = \frac{1}{7}y$ ;  
 в)  $u = 7ax$ ,  $v = 8ax$ ;  
 $u = 5x^2$ ,  $v = 4x^2$ ;  
 $u = 2axy$ ,  $v = 7axy$ ;  
 г)  $u = 2ax$ ,  $v = 3xy$ ;  
 $u = 3x^2$ ,  $v = \frac{2}{3}x^3$ ;  
 $u = \frac{1}{2}xy^2$ ,  $v = 2x^2$ .

- 29** а)  $u = -\frac{1}{2}axy$ ,  $v = \frac{2}{3}x$ ;  
 б)  $u = -ax^5$ ,  $v = bxy$ ;  
 в)  $u = -2axy^3$ ,  $v = -2bx^3y$ ;  
 г)  $u = \frac{1}{3}xy^2$ ;  $v = -\frac{1}{2}y^3$ .

Намерете  $u \cdot v \cdot w$ , ако:

- 30** а)  $u = 2x$ ,  $v = 5x^2$ ,  $w = 6x^3$ ;  
 б)  $u = \frac{1}{2}x$ ,  $v = \frac{2}{3}x$ ,  $w = \frac{3}{4}x$ ;  
 в)  $u = x^3$ ,  $v = 2x^4$ ,  $w = 3x^5$ ;  
 г)  $u = \frac{2}{3}x$ ,  $v = \frac{6}{7}x^2$ ,  $w = 7$ .

- 31** а)  $u = x$ ,  $v = -\frac{1}{2}x^2y$ ,  $w = 2xy^2$ ;  
 б)  $u = -3x$ ,  $v = -5y$ ,  $w = 2x^7y^7$ ;  
 в)  $u = 5axz$ ,  $v = -2ax$ ,  $w = 3a^2x^2y$ ;  
 г)  $u = \frac{1}{7}bx^2$ ,  $v = -1$ ,  $w = -5x$ .



Извършете степенуването:

- 32) а)  $(2ax)^2$ ; б)  $(3xy)^3$ ;  
 в)  $\left(\frac{1}{2}ax^2\right)^3$ ; г)  $\left(\frac{3}{5}m^2xy\right)^2$ .  
 33) а)  $(-ax^5)^2$ ; б)  $(ax^5)^2$ ;  
 в)  $(-ax^3y^4)^3$ ; г)  $(ax^3y^4)^3$ .  
 34) а)  $(2x^2y^3)^4$ ; б)  $(-5x^5y^5)^3$ ;  
 в)  $(-2x^8y^9)^2$ ; г)  $(3x^7y^5)^3$ .

35) Извършете делението  $u : v$ , ако  $v \neq 0$  и:

- а)  $u = 5x^5y^2$ ,  $v = 10x^2y$ ;  
 б)  $u = 6a^5x^2y$ ,  $v = 6a^3xy$ ;  
 в)  $u = 9a^2bx^2$ ,  $v = 3abx$ ;  
 г)  $u = -2x^4y^2z$ ,  $v = x^3y^2$ .

36) Пресметнете числената стойност на израза

$$A = \frac{-18x^2y^3}{-0,3xy^2} \text{ за } x = -2, y = 3.$$

Приведете в нормален вид многочлените:

- 37) а)  $2x^2 - x^2 + 5x - 8x + 7$ ;  
 б)  $3x^4 - 2x^2 + 5x - 3x^2 + 1$ ;  
 в)  $x - x^7 + x^5 - 2x + 3x^7 - x^2$ ;  
 г)  $3x^2 - x^3 + x^6 - 3x^2 + x^3 - 1$ .  
 38) а)  $5xy - 3x - 2xy + 7x - 5$ ;  
 б)  $6xy - 2 + x^2 - y^2 + xy + 2$ ;  
 в)  $5x^7 - x + 8xy - xy + 5x - 1$ ;  
 г)  $7xy - xy + x^2 - y^2 + 2x^2 - 5$ .  
 39) а)  $3x^2y - xy - 2x^2y + 5xy - x^2y$ ;  
 б)  $4x^2 + 5x - 3x^2 - 3 - 3x$ ;  
 в)  $3x^2 - 7x + 3 + 5x - 4x^2$ ;  
 г)  $6xy - xy + x^2 - 3xy - x^2 + 5$ .

40) Подредете многочлените  $A$  и  $B$  по намаляващите степени на  $x$ , определете степента им и напишете коефициентите на членовете от първа степен, ако:

$$A = 2x^4 - 3x + 3x^4 - 2x^2 + x^3 - 1;$$

$$B = -x + 1 - 2x^2 + x + 4x^2 - x^3 + 8x^5.$$

Разкрийте скобите и направете привеждане:

- 41) а)  $2x^3 - x - (3x^3 - x + 2)$ ;  
 б)  $15x^5 - 1 - (8x^5 + x^3 - 1)$ ;  
 в)  $5x^2 - (x^3 + x^2 - 1) + 5x^3$ ;  
 г)  $x^4 + x - (x^4 + x^2 + 1) + x^2$ .  
 42) а)  $5x^3 - (2x^2 - 3x + 3) + (3x^2 + 5x) - (x^3 + x^2 - 3)$ ;  
 б)  $11x^2 - (5x^2 - 3x) - (x^2 + x - 5) - (2x^2 - x + 1)$ ;  
 в)  $5x^2 - (2x^2 + 5) - (-x - 4) - (4x^2 + 7x) + 3x - 2$ ;  
 г)  $7x^2 - 3x - (2x^2 - 5x) - (-5x^2 - x) - 4x$ .

43) Пресметнете стойността на изразите:

- а)  $A = 5x^2 - (3x^2 + 2x - 1) - (-x^2 - 2x + 5)$   
 за  $x = -2; 0; 1$ ;  
 б)  $B = 2x^3 - (4x^2 - 3x - 5) - (x^3 - 4x^2 - x + 5)$   
 за  $x = -1; 0; 2$ ;  
 в)  $C = 2x^2 - (x^2 - x + 4) + (2x^2 - 2x + 4)$   
 за  $x = -2; -1; 0$ ;  
 г)  $D = 5x^2 - (x^2 + x - 2) - (3x^2 - x + 2)$   
 за  $x = -2; -3; 3$ .

44) Покажете, че стойността на изразите не зависи от стойността на променливата в тях:

- а)  $A = 3x^2 - (-2x^2 + x - 4) - 5x^2 + x$ ;  
 б)  $B = 9 - (2x^3 - 5x^2 - 6) - (5x^2 - x^3) + x^3$ ;  
 в)  $C = 5x^2 - (3x^2 - x + 5) - (2x^2 + x - 2)$ ;  
 г)  $D = 3x^3 - (x^2 + 5x - 2) + (2x^2 + 5x - 1) - (3x^3 + x^2 - 6)$ .

45) Дадени са многочлените  $A = 2x^2 - x + 5$ ,  $B = 3x + 2$ ,  $C = x^2 - 7$ . Намерете многочлен в нормален вид, равен на:

- а)  $A + B + C$ ;  
 б)  $A + B - C$ ;  
 в)  $A - B + C$ ;  
 г)  $A - B - C$ .

46) Опростете изразите:

- а)  $(-3x^2)^2 - 5x^3 \cdot x - 2x^2 \cdot x^2 - 1$ ;  
 б)  $5x^2y \cdot 2xy - 3x^3 \cdot 2y^2 - (2xy)^2 \cdot 3x$ ;  
 в)  $2xy^2 \cdot \frac{1}{2}x^2y - 4 \cdot (xy)^3 + 5x^2y^2 \cdot xy$ ;  
 г)  $5x^2y \cdot 2yz^2 - (-3xyz)^2 - 2xyz \cdot \left(-\frac{1}{2}xyz\right)$ .

Извършете умножението:

- 47 а)  $5 \cdot (x + 2y - 1)$ ;  
 б)  $(2x + 3y - 5) \cdot 4$ ;  
 в)  $6 \cdot (3x^2 - 5y - 4)$ ;  
 г)  $(2x^2 - 3y^2 + 1) \cdot 7$ .

- 48 а)  $2a(x - y + 5)$ ;  
 б)  $-3a(x^2 - y^2 - 1)$ ;  
 в)  $2ax(ax^2 - x + a)$ ;  
 г)  $-2ax^2(ax + x - 2a)$ .

- 49 Извършете означените действия:  
 а)  $5(2x^2 - 3x + 2) - 3(x^2 - x + 2) - (x^2 - 2x - 1)$ ;  
 б)  $3(2x^2 - 5x + 1) - 2(x^2 + 2x - 5) - 3x(x + 1)$ ;  
 в)  $7(2y^2 + 3y - 2) - (3y^2 - y - 4) \cdot 3 - y(y - 2) + 5$ ;  
 г)  $-2(3z^2 + z + 1) - (-2z^2 - z + 1) \cdot 5 + 2z(z - 4)$ .

Извършете умножението:

- 50 а)  $(x + 8)(x + 1)$ ; б)  $(x + 2)(x + 5)$ ;  
 в)  $(x - 4)(x + 1)$ ; г)  $(x + 4)(x - 1)$ .

- 51 а)  $(2x - 5)(x - 3)$ ; б)  $(2x + 5)(x + 3)$ ;  
 в)  $(2x - 3)(x + 2)$ ; г)  $(2x + 3)(x - 2)$ .

- 52 а)  $(x^2 - 1)(2x + 3)$ ;  
 б)  $(2x^2 + 1)(3x - 1)$ ;  
 в)  $(x^2 + 3)(2x^2 - 1)$ ;  
 г)  $(2x^2 - 5)(x^2 + 2)$ .

- 53 а)  $(x + 2)(x^2 - 2x - 1)$ ;  
 б)  $(x - 1)(x^2 + x + 2)$ ;  
 в)  $(x + 5)(2x^2 - 3x - 1)$ ;  
 г)  $(x - 3)(3x^2 - x + 2)$ .

- 54 а)  $(2x^2 - x - 5)(x - 1)$ ;  
 б)  $(5x^2 + 2x - 1)(x + 1)$ ;  
 в)  $(3x^2 - 2x - 1)(x + 5)$ ;  
 г)  $(4x^2 - 3x + 1)(x - 3)$ .

- 55 а)  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 1)$ ;  
 б)  $(x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$ ;  
 в)  $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 1)$ ;  
 г)  $(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 1)$ .

- 56 Извършете умножението и намерете числената стойност на изразите:

- а)  $A = (3x - 2)(2x - 5)$  за  $x = 2$ ;  
 б)  $B = (x - 2)(x^2 + x - 1)$  за  $x = -2$ ;  
 в)  $C = (x^2 + 2)(x^3 - x - 1)$  за  $x = -1$ ;  
 г)  $D = (x^2 - 2)(x^3 + 2x - 1)$  за  $x = \frac{1}{2}$ .

- 57 Приведете в нормален вид изразите:

- а)  $(x + 3)(x - 2) + (x - 3)(x + 1)$ ;  
 б)  $(3x - 2)(x + 3) - (x + 2)(x + 4)$ ;  
 в)  $(3x + 4)(x - 2) - (2x + 3)(x + 1)$ ;  
 г)  $(2x + 7)(x + 3) - 2(x - 1)(x - 2)$ .

В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на рационалния израз. Срещу нея, в дясната колона, запишете номера на нормалния му вид.

58	(А)	$(2x + 3)(x - 2) - x(x + 4)$
	(Б)	$(3x + 2)(x - 4) - (x + 3)(x - 1)$
	(В)	$(2x + 3)(2x - 1) - (3x + 2)(x - 4)$

(1)	$2x^2 - 12x - 5$
(2)	$2x^2 - 4x - 11$
(3)	$x^2 - 6x - 11$
(4)	$x^2 + 14x + 5$
(5)	$x^2 - 5x - 6$
(6)	$x^2 + 3x - 6$

Отг.

(А)	
(Б)	
(В)	

59	(А)	$x^3 - (x + 2)(x^2 - 2x - 2)$
	(Б)	$(x - 5)(x + 3) - (x - 7)(x - 1)$
	(В)	$(x + 3)(x^2 - 5) - x(x^2 + 3x + 1)$

(1)	$6x + 2$
(2)	$6x - 22$
(3)	$-6x - 15$
(4)	$6x - 8$
(5)	$6x + 4$
(6)	$-6x - 2$

Отг.

(А)	
(Б)	
(В)	

60	(A)	$(x^2 + 1)(x - 5) - x(x^2 - 7x + 3)$
	(Б)	$(x + 3)(x^2 - 2) - (x^2 + 2)(x - 4)$
	(B)	$(2x^2 + 5)(x^2 - 3) - (x^2 - 5)(x^2 + 3)$

(1)	$-12x^2 + 4x - 5$
(2)	$3x^2 + x + 8$
(3)	$x^4 + x^2 - 30$
(4)	$x^4 + x^2$
(5)	$2x^2 - 2x - 5$
(6)	$7x^2 - 4x + 2$

Отг.

(A)	
(Б)	
(B)	

Докажете тъждествата:

- 61  $(x+1)(x+5) - x(x+6) = 5$ .  
 62  $(m+1)(m-3) + 2(m+1,5) = m^2$ .  
 63  $a(a-c) - b(c-b) + c(b+a) = a^2 + b^2$ .  
 64  $a(a+b+c) - b(a-b+c) - c(a-b-c) = a^2 + b^2 + c^2$ .

Извършете действията:

- 65  $(2a+3b)^2$ ;  $(3a-2b)^2$ .  
 66  $(x^2+3)^2$ ;  $(x^3-2)^2$ .  
 67  $(2a^2+b^3)^2$ ;  $(3x^2-2x)^2$ .  
 68  $\left(a^2 + \frac{b}{2}\right)^2$ ;  $\left(2a + \frac{b^2}{2}\right)^2$ .

Представете изразите като квадрати на двучлен:

- 69  $a^2 + 2ab + b^2$ ;  $m^2 + 2mn + n^2$ .  
 70  $4a^2 + 4a + 1$ ;  $9b^2 - 6b + 1$ .  
 71  $25a^2 - 10ab + b^2$ ;  $4a^2 - 20ap + 25p^2$ .

Опростете изразите:

- 72  $(x-2)^2 + (x-3)^2 - 2x(x-5)$ .  
 73  $(x+3)^2 - (x+5)^2 - 4(x-2)$ .  
 74  $(2x-3)^2 - (x+5)^2 - 3x(x-2)$ .  
 75  $(3x-2)^2 - (2x-3)^2 - 5x(x+1)$ .  
 76  $(2x+5)^2 - (x-3)^2 - (3x-2)(x+2)$ .  
 77  $(2a-b)^2 - (a+b)^2 - 3a(a+b-2)$ .  
 78  $(3a+b)^2 - (2a+3b)^2 - (5a+2b)(a-4b)$ .

Докажете тъждествата:

- 79  $(-a-b)^2 = (a+b)^2$ ;  
 $(-a+b)^2 = (a-b)^2$ .  
 80  $(ax+ay)^2 = a^2(x+y)^2$ ;  
 $(bx-by)^2 = b^2(x-y)^2$ .

Представете многочлените като сбор от квадратите на два израза:

- 81  $a^2 + 2ab + b^2 + c^2$ ;  
 $a^2 - 4am + 4m^2 + 9b^2$ .  
 82  $4a^2 - 4a + 1 + b^2$ ;  
 $9a^2 - 6ab + b^2 + 4m^2$ .  
 Като използвате формулите  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ , пресметнете:  
 83  $51^2$ ;  $39^2$ ;  $43^2$ ;  $59^2$ ;  $78^2$ .  
 84  $99^2$ ;  $101^2$ ;  $999^2$ ;  $203^2$ ;  $1001^2$ .  
 85  $73^2 + 2 \cdot 73 \cdot 27 + 27^2$ ;  
 $67^2 + 2 \cdot 67 \cdot 23 + 23^2$ .  
 86  $27^2 - 2 \cdot 27 \cdot 22 + 22^2$ ;  
 $126^2 - 2 \cdot 126 \cdot 76 + 76^2$ .  
 87  $127^2 + 2 \cdot 127 \cdot 73 + 73^2$ ;  
 $13,27^2 + 2 \cdot 13,27 \cdot 16,73 + 16,73^2$ .

- 88  $\left(\frac{12}{17}\right)^2 + 2 \cdot \frac{12}{17} \cdot \frac{5}{17} + \left(\frac{5}{17}\right)^2$ ;  
 $\left(\frac{25}{32}\right)^2 - 2 \cdot \frac{25}{32} \cdot \frac{9}{32} + \left(\frac{9}{32}\right)^2$ .

Извършете действията:

- 89  $(-2a-3b)^2$ ;  $-(-3a+2b)^2$ .  
 90  $(-2x-5)^2$ ;  $-(-2x^2-3y)^2$ .  
 91  $(-x^2+2y)^2$ ;  $-(-a^3+b^4)^2$ .  
 92  $(x^2+2x+5)^2$ ;  $-(2a+3b+c)^2$ .  
 93  $(-a-b-2)^2$ ;  $-(-a-3b-2)^2$ .  
 94  $(a+b-3)^2$ ;  $-(a-3b+1)^2$ .  
 95  $(a^2b+ac+bc^2)^2$ ;  $(a^2m-mc-ac)^2$ .



Опростете изразите и намерете числената им стойност:

196  $(x+3)^2 + (-x-2)^2 - x(x+5)$   
при  $x = -1; 0; 2;$ .

197  $(2x-1)^2 - (x-3)^2 - (x+3)(x-2)$   
при  $x = -2; -\frac{1}{2}; 0; 5;$ .

198  $(-3x-2)^2 - (-2x+1)^2 - 5x(x+4)$   
при  $x = -2\frac{1}{4}; \frac{3}{4}; 3; 5;$ .

199  $(a+b)^2 - a(a+2b+4c)$   
при  $a = 2; b = -5; c = 3.$

100  $(2a-c)^2 - (2a-b)^2 + 2b(b-2a) - c^2$   
при  $a = 8; b = -3; c = -5.$

Извършете действията:

101  $(m+a)(m-a); (x+y)(x-y).$

102  $(2m+b)(2m-b); (3a+2b)(3a-2b).$

103  $(x^2-3a)(x^2+3a); (a^2-2b)(a^2+2b).$

104  $(x^3 + \frac{1}{2})(x^3 - \frac{1}{2}); (2a + \frac{3}{4})(2a - \frac{3}{4}).$

105  $(5x+2y)(2y-5x); (am+3b)(3b-am).$

106  $(-a-b)(-a+b); (-3a-2b)(3a-2b).$

Пресметнете по рационален начин:

107 17.23; 29.31; 58.62; 89.91.

108 198.202; 29,7.30,3;  
 $9\frac{4}{7} \cdot 10\frac{3}{7}; 19\frac{1}{3} \cdot 20\frac{2}{3}.$

Опростете изразите:

109  $(2x-3)(2x+3) - (x-3)(x+3).$

110  $(3a-4)(3a+4) - 4(a+2)(a-2).$

111  $2(x+3)(x-3) - (2x+5)(2x-5).$

112  $x(x+3)(x-3) - (x+1)(x+2)(x-1).$

113  $(x+3)^2 - (x+2)(x-2).$

114  $A = (x-4)^2 - (x-3)(x+4) - 5.$

115  $A = (2x-1)^2 - (x+2)(x-3) - 5.$

116  $A = (3x+2)^2 - (2x-3)(2x+3) - 4.$

117  $A = (2x+3)^2 - (3x-2)(3x+2) - 3.$

118  $A = (3x+1)^2 - (2x+4)(3x-1) + 5.$

119  $A = (2x-5)(2x+5) - (x+2)^2.$

120  $A = (3x+1)(3x-1) - (x+3)^2.$

121  $A = (2x-4)(x+3) - (x+2)^2 - 4.$

122  $A = (3x-2)(3x+2) - (x-3)^2 - 5.$

123  $A = (x-7)(x+7) - (x-2)^2.$

124  $A = (2x-3)^2 - (2x+1)^2.$

125  $A = (x+3)^2 - (2x+3)^2.$

126  $A = (x-4)^2 - (2x-1)^2.$

127  $A = (3x-2)^2 - (2x+1)^2.$

128  $A = (x-2)(x^2-3x+1) - (x-3)^2.$

129  $A = (2x+1)^2 - (x+3)(x^2-3x+9).$

130  $A = (x-3)^2 - (x+2)(x-3)(x+3).$

131  $A = (2x-1)^2 - (x+4)(x+2)(x-2).$

Докажете тъждествата:

132  $(a+b)(a-b) + (b+c)(b-c) + (c+a)(c-a) = 0.$

133  $(a+n)(a-n) - (a+b)(a-b) - (b+m)(b-m) = (m+n)(m-n).$

Опростете изразите и намерете числената им стойност:

134  $(2x - \frac{3}{7})(2x + \frac{3}{7}) - (x + \frac{3}{7})(x - \frac{3}{7})$   
при  $x = -2; \frac{1}{3}; 1.$

135  $(x-3a)(x+3a) - (2x+3a)(2x-3a)$   
при  $x = -1; -\frac{1}{3}; 2.$

136  $3(\frac{x}{2}-1)(\frac{x}{2}+1) + (\frac{x}{2}-3)^2$   
при  $x = -2; 0; 1.$

137  $\frac{(x-2)(x+2)}{2} - \frac{(x-3)(3+x)}{3}$   
при  $x = -2; 0; 2.$

Опростете изразите:

138  $(a+m)^3; (b+p)^3; (x-y)^3.$

139  $(2x+1)^3; (2x-1)^3; (3-x)^3.$

140  $(2x+3)^3; (3x-2)^3; (2x+3y)^3.$

141  $(a+x)(a^2-ax+x^2);$   
 $(b-m)(b^2+bm+m^2).$

142  $(a-2)(a^2+2a+4);$   
 $(2m-3)(4m^2+6m+9).$

143  $(3a+2b)(9a^2-6ab+4b^2);$   
 $(2a+x^2)(4a^2-2ax^2+x^4).$

Извършете означените действия:

144  $(a-1)^3 - (a+1)^3 - (a+1)(a-1).$

145  $(a+b)(a^2-ab+b^2) - (a-b)(a^2+ab+b^2).$

146  $(a+2)^3 - (a-2)(a^2+2a+4) - 6a(a+2).$

147  $b(b-1)(b^2+b+1) - (b-2)(b+2)(b^2+4).$

Опростете изразите:

148  $A = 2x^2(x+3) - 2(x^2-1)(x+2) - 2x(5x-1).$

149  $A = (2x+1)^2 - (3x+2)(x-5) - x(x+4).$

150  $A = (-3x-2)^2 - (5x-2)(x+3) - 2x(x+4).$

151  $A = (2x-3)^2 - 2(x+3)(x-4) - x(x+5).$

152  $A = (-3x-4)^2 - 5(x+3)(x-2) - x(x+3).$

153  $A = (-3x-2)^2 - 3(x+4)(2x-1) - x(x+5).$

154  $A = (x^2+2)(x^2-3) - (x+3)(x^3-2) + 3x^3.$

155  $A = (3x^2-5)(x^2+2) - (3x+1)(x^3+2) + x^3.$

156  $A = (x^2-5)(x^2+3) - (x-2)(x^3+3) - 2x^3.$

157  $A = 2x^2(x+3) - 2(x+2)(x+1)(x-1) - 2x(5x-1).$

158  $A = (3x+5)^3 - 3x(3x-2)^2.$

159  $A = (2x+5)^3 - 2x(2x-3)^2 - 5(2x+25).$

160  $A = (3x+4)^3 - 3x(3x-1)^2 - 16(x+4).$

161  $A = (3x-2)^3 - 3x(3x+1)^2 - (x-2)(3x+4).$

162  $A = (2x-3)^3 - 2x(-2x-3)^2 - (x+3)(2x-5).$

163  $A = (2x+5)^3 - 8x(x+3)(x-3) - 5(x+25).$

164  $A = (3x+2)^3 - 3x(3x+1)(3x-1) - (3x+2)(x+4).$

165  $A = (2x+2)^3 - 2x(2x+3)(2x-3) - 8(2x+1).$

166  $A = (2x+4)^3 - 2x(2x+3)(2x-3) - 4(x-4)^2.$

167  $A = (3x-3)^3 - (2x-2)^3 - 5x(3x^2+1).$

168  $A = (3x+1)^3 - 3x(-3x+2)^2.$

169  $A = (2x+5)^3 - 8x(-x-3)^2.$

170  $A = (2x+3)^3 - 8x(x+2)^2.$

171  $A = (2x-1)^3 - 8x(-x+2)^2.$

172  $A = (3x+2)^3 - 3x(3x-1)^2.$

173  $A = (x+2)^3 - x(x-1)^2.$

Пресметнете по рационален начин:

174  $539.47 - 439.47;$

$376.77 + 376.23.$

175  $55,87.34,56 + 44,13.34,56;$

$123,45.56,78 - 23,45.56,78.$

176  $17.23,45 + 27.23,45 + 56.23,45;$

$237.5,67 + 12.5,67 - 149.5,67.$

177  $11\frac{1}{3}.7,77 + 33\frac{1}{2}.7,77 + 55\frac{1}{6}.7,77.$

178  $124\frac{11}{15}.2,34 - 15\frac{1}{3}.2,34 - 9\frac{2}{5}.2,34.$

Разложете чрез изнасяне на общ множител извън скоби:

179  $3a+3b; 6a-6; -2x-4.$

180  $2mn-4; m^2-3mn; 2a^2-3ab.$

181  $\frac{2}{3}a - \frac{2}{3}b; \frac{1}{5}a^2 - \frac{1}{5}ab; \frac{2}{7}a^3b + \frac{2}{7}ab^3.$

182  $2ax+3ay+4az; 2a^2b+3a^2b^2+4ab^2.$

183  $5x^2+10x^4+15x^6; 5a^3b^2+2a^3b^3+3a^2b^3.$

184  $2x^3y+3xy^2+4x^2y+5xy^3;$   
 $11m^2n^2-22m^2n-33mn^2+44mn.$

185  $(a+b).m+(a+b).n;$   
 $(a-b).p+(a-b).q-(a-b).m.$

186  $2x(x+4)+5(x+4);$   
 $3a(x+2)+2b(x+2)-7(x+2).$



Пресметнете по рационален начин:

- 187)  $15 \cdot 27 + 15 \cdot 53 - 5 \cdot 27 - 5 \cdot 53$ .  
188)  $24 \cdot 17 + 24 \cdot 18 + 65 \cdot 77 - 65 \cdot 53$ .  
189)  $113 \cdot 29 + 26 \cdot 113 - 13 \cdot 43 - 12 \cdot 13$ .  
190)  $68 \cdot 25 + 25^2 + 17 \cdot 93 - 43 \cdot 93$ .  
191)  $9 \cdot 74 - 81 + 65 \cdot 97 - 86 \cdot 65$ .

Разложете чрез групиране:

- 192)  $ma + mb + 2a + 2b$ ;  
 $ma - mb + na - nb$ .  
193)  $a^2 + ab + ma + mb$ ;  
 $a^3 + a^2b + 2a + 2b$ .  
194)  $2abm + 2abn + 3m + 3n$ ;  
 $a^2m + an + abm + bn$ .  
195)  $2bx^2 + 5bx - 6x - 15$ ;  
 $3a^2x + 6ax - 2ay - 4y$ .

Пресметнете по рационален начин:

- 196)  $67^2 - 33^2$ ;  $76^2 - 24^2$ .  
197)  $\left(\frac{9}{11}\right)^2 - \left(\frac{2}{11}\right)^2$ ;  $7,7^2 - 2,3^2$ .  
198)  $27^2 + 2 \cdot 27 \cdot 73 + 73^2$ ;  $113^2 - 2 \cdot 13 \cdot 113 + 13^2$ .  
199)  $10,9^2 + 2 \cdot 10,9 \cdot 4,1 + 4,1^2$ ;  
 $\left(\frac{7}{8}\right)^2 + 2 \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{8} + \left(\frac{1}{8}\right)^2$ .

Разложете чрез формулите за съкратено умножение:

- 200)  $4a^2 - 9b^2$ ;  $25m^2 - 4n^2$ ;  $9x^2 - 4y^2$ .  
201)  $a^4b^2 - 9$ ;  $x^6y^2 - 4$ ;  $x^4 - a^4$ .  
202)  $m^3 - 8$ ;  $p^3 + 8$ ;  $27 - x^3$ .  
203)  $8x^3 - 27$ ;  $27a^3 + 8b^3$ ;  $27x^3 - \frac{1}{8}$ .  
204)  $a^3b^3 + 8m^3$ ;  $x^3y^3 - \frac{8}{27}$ ;  $125a^3 - 8b^3$ .  
205)  $a^2 + 2ab + b^2$ ;  $a^2 - 4ab + 4b^2$ .  
206)  $4a^2 - 12ab + 9b^2$ ;  $9a^2 - 30ab + 25b^2$ .  
207)  $x^2 + y^2 - 2xy$ ;  $4a^2 + 9b^2 - 12ab$ .  
208)  $\frac{x^2}{4} - 3x + 9$ ;  $\frac{x^2}{4} + 5xy + 25y^2$ .

209)  $4a^2b^2 - 12abc + 9c^2$ ;  $9a^2b^2 - 30abx + 25x^2$ .

210)  $(a+b)^2 - 4c^2$ ;  $25a^2 - (b+c)^2$ .

211)  $4(x+y)^2 - 9a^2$ ;  $81a^2 - 4(b-c)^2$ .

212)  $9a^2 - (a-b)^2$ ;  $36x^2 - 25(x-2)^2$ .

213)  $(a+3)^2 - (b-2)^2$ ;  
 $(3x-2)^2 - (x+3)^2$ .

Разложете на множители:

- 214) а)  $x^2 + 3x$ ; б)  $x^2 - 5x$ .  
215) а)  $4x^2 - 3x$ ; б)  $2x^2 + ax$ .  
216) а)  $5x^2 - ax$ ; б)  $2ax + 3x$ .  
217) а)  $5ax - 4x$ ; б)  $x^2 - 4a^2$ .  
218) а)  $x^2 - 25a^2$ ; б)  $4x^2 - 9a^2$ .  
219) а)  $25x^2 - 4b^2$ ; б)  $36x^2 - 49a^2$ .  
220) а)  $9x^2 - 16a^2$ ; б)  $16x^2 - 81a^2$ .  
221) а)  $x^3 - 9x$ ; б)  $x^3 - 4x$ .  
222) а)  $x^3 - 25x$ ; б)  $4x^3 - 9x$ .  
223) а)  $25x^3 - 16x$ ; б)  $49x^3 - 25x$ .  
224) а)  $36x^3 - 25x$ ; б)  $81x^3 - 4x$ .  
225) а)  $25x^3 - 9x$ ; б)  $4x^3 - 9a^2x$ .  
226) а)  $25x^3 - 4a^2x$ ;  
б)  $36x^3 - 25xy^2$ .  
227) а)  $(2x+1)^2 - 9$ ;  
б)  $(3x-2)^2 - 25$ .  
228) а)  $(4x-3)^2 - 16$ ;  
б)  $(5x+2)^2 - x^2$ .  
229) а)  $(3x-7)^2 - 4x^2$ ;  
б)  $(4x+1)^2 - 9x^2$ .  
230) а)  $9x^2 - (x+2)^2$ ;  
б)  $25x^2 - (2x-3)^2$ .  
231) а)  $36x^2 - (3x-5)^2$ ;  
б)  $49x^2 - (2x-3)^2$ .  
232) а)  $(3x-2)^2 - (x+3)^2$ ;  
б)  $(5x+1)^2 - (x+4)^2$ .

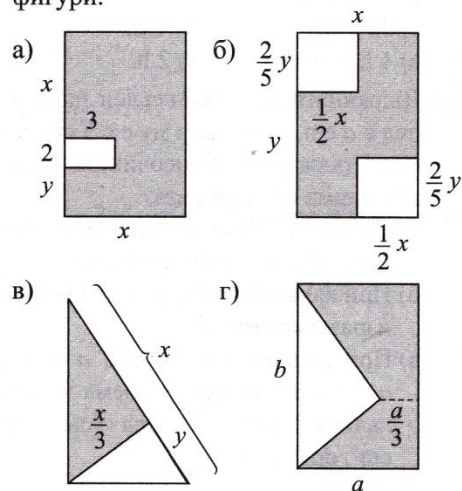
- 233 а)  $(3x - 5)^2 - (x - 3)^2$ ;  
 б)  $(4x - 5)^2 - (x + 3)^2$ .
- 234 а)  $(2x + 1)^3 - 9(2x + 1)$ ;  
 б)  $(5x - 2)^3 - 25(5x - 2)$ .
- 235 а)  $(7x - 3)^3 - 4x^2(7x - 3)$ ;  
 б)  $(5x - 4)^3 + 4x^2(4 - 5x)$ .
- 236 а)  $(3x - 7)^3 + 4x^2(7 - 3x)$ ;  
 б)  $(7x - 5)^3 + 9x^2(5 - 7x)$ .
- 237 а)  $(6x - 5)^3 + 25x^2(5 - 6x)$ ;  
 б)  $(3x - 7)^3 - (3x - 7)(x + 2)^2$ .
- 238 а)  $(4x - 5)^3 - (4x - 5)(2x + 3)^2$ ;  
 б)  $(3x - 5)^3 + (5 - 3x)(x + 2)^2$ .
- 239 а)  $(4x - 5)^3 + (5 - 4x)(2x - 3)^2$ ;  
 б)  $(5x - 6)^3 + (6 - 5x)(3x - 4)^2$ .

Разложете на множители:

- 240  $a^3 - 6a^2 + 9a$ ;  $ab^3 - 4ab^2 + 4ab$ .
- 241  $50a^2 - 2b^2$ ;  $3a^3b - 12ab^3$ .
- 242  $2a^3m - 18am^3$ ;  $32a^3b^3 - 50ab^5$ .
- 243  $\frac{1}{2}a^2 - 2b^2$ ;  $\frac{1}{3}a^3b - 3ab^3$ .
- 244  $\frac{1}{2}x^3 - 18a^2x$ ;  $\frac{4}{5}y^3 - 5a^2y$ .
- 245  $a^5 - ab^4$ ;  $32x^6 - 2x^2y^4$ .
- 246  $a^3 - 2a^2 + a$ ;  $x^5 - 2x^3 + x$ .
- 247  $x^5 - 2a^2x^3 + a^4x$ ;  
 $3x^5 - 6x^3y^2 + 3xy^4$ .
- 248  $a^4b - ab^4$ ;  $2ax^4 + 16ax$ .
- 249  $5a^3b^3 - 40$ ;  $3a^3b^3 + 3c^3$ .
- 250  $2a^4 + 6a^3b + 6a^2b^2 + 2ab^3$ ;  
 $3ax^4 - 18ax^3 + 36ax^2 - 24ax$ .

### НИВО Б → ЗАДАЧИ ЗА ОТЛИЧНА ПОДГОТОВКА

- 251 Дадено е естественото число  $n$ . Напишете чрез  $n$ :  
 а) две следващи  $n$  числа;  
 б) две предхождащи  $n$  числа;  
 в) едно четно число;  
 г) едно нечетно число.
- 252 Дадено е естественото число  $n - 7$ . Намерете предходното и следващото го числа.
- 253 Числото  $2n$  е четно число. Напишете предходното и следващото го четни числа.
- 254 Числото  $2n + 1$  е нечетно число. Напишете предходното и следващото го нечетни числа.
- 255 Намерете израз за сбора на три последователни естествени числа, най-малкото от които е  $2n$ .
- 256 Лицето  $S$  на триъгълник се намира по формулата  $\frac{1}{2}c \cdot h_c$ . Намерете израз за  $S$  чрез  $c$ , ако за  $c$  и  $h_c$  знаем, че:  
 а) имат сбор 10;  
 б)  $c$  е 3 пъти по-голямо от  $h_c$ ;  
 в)  $h_c$  е с 2 по-малко от  $c$ ;  
 г)  $h_c$  е 2 пъти по-малко от  $c$ .
- 257 Съставете израз за лицата на оцветените фигури.



- 258** Три групи сезонни работници участвали в гроздобер. Втората група набрала 20 t грозде повече от първата, а третата – 30% от количеството, набрано от първата и втората групи заедно.
- а) Съставете рационален израз за количеството грозде в тонове, което са набрали трите групи заедно, ако първата е набрала  $a$  t.
- б) Намерете стойността на получения израз при  $a = 40$  t.
- 259** От селата  $A$  и  $B$  в една и съща посока тръгнали велосипедист и пешеходец. Велосипедистът се движел от  $A$  към  $B$  със скорост 18 km/h, а пешеходецът тръгнал 1 h по-рано от велосипедиста и се движел със скорост 3,5 km/h. След  $t$  h от тръгването си велосипедистът настигнал пешеходеца.
- а) Съставете рационален израз за разстоянието между селата  $A$  и  $B$ .
- б) Намерете това разстояние, ако срещата е станала 2 h след тръгването на велосипедиста.
- 260** Разстоянието от София до Пловдив по магистралата е 140 km. Лека кола тръгва от София и се движи равномерно със скорост 70 km/h. Намерете разстоянието, което ѝ остава да измине до Пловдив, ако е пътувала:
- а) 30 min;                      б) 1 h;  
в) 1 h 30 min;                г) 2 h.
- 261** Дължината на правоъгълен паралелепипед е  $a$  cm, ширината му е с 5 cm по-малка от дължината, а височината – със 7 cm по-голяма от ширината.
- а) Съставете израз за намиране обема на правоъгълния паралелепипед.
- б) При какви стойности на  $a$  съставеният израз има смисъл?
- в) При дадени  $a = 10$  cm,  $a = 1,2$  dm,  $a = 0,2$  m намерете обема на правоъгълния паралелепипед (съответно в  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$ ).
- 262** Брат казал на сестра си: “Намисли си едно число, умножи го по 2, прибави към полученото 4, резултата раздели на 2, от полученото число извади 2 и след това прибави 5. Кажете кое число си получила и аз ще позная кое число си намислила!” Сестричката каза, че е получила 15, а брат ѝ познал, че намисленото число е 10. Обяснете как той е познал намисленото число.
- 263** В празното правоъгълниче напишете такъв едночлен, че да са верни равенствата:
- а)  $6x^2y^3 = -3x$  ;
- б)  $\frac{2}{3}x^{12}y^5 = 2x^5y$  ;
- в)  $7a^3x^2y^5 = 2ay$  ;
- г)  $\frac{3}{5}a^7x^9 = 9a^2x^4$  .
- 264** Ако  $x$ ,  $y$  са променливи и  $a$  е параметър, определете коефициентите на едночлените:
- а)  $-2a(a^2x)^33x^3y^4$ ;
- б)  $3axy^4\frac{1}{2}(ax)^2$ ;
- в)  $3ax^3y^4\frac{1}{3}(xy)^2$ ;
- г)  $\frac{4}{5}a(xy)^22\frac{1}{2}a^3x^4y^5$ .
- 265** Ако  $x$ ,  $y$  са променливи и  $a$  е параметър, запишете като едночлен сбора  $u + v$ , ако:
- а)  $u = 12ax$ ,  $v = 3ax$ ;
- б)  $u = 7ax$ ,  $v = 2x$ ;
- в)  $u = 2axy$ ,  $v = -3xy$ ;
- г)  $u = -4ax^2y$ ,  $v = 2x^2y$ .
- 266** Ако  $u = \frac{1}{2}xy$ ,  $v = \frac{1}{3}xy$ ,  $w = \frac{1}{6}xy$ , намерете:
- а)  $u + v + w$ ;                      б)  $u + v - w$ ;
- в)  $u - v + w$ ;                      г)  $u - v - w$ .
- 267** Направете привеждане и пресметнете стойността на израза
- $$A = \frac{x^3}{3} + \frac{2x^3}{5} - \frac{x^3}{2} - \frac{7x^3}{15} + \frac{9x^3}{10} \text{ за } x = 0,5.$$



**268** Намерете числената стойност на изразите:

а)  $A = (5x^3y)^2$  за  $x = -1, y = 0,04$ ;

б)  $B = x(3x^2y)^3$  за  $x = -1, y = \frac{1}{3}$ ;

в)  $C = 2x \cdot 3y^2 \cdot \left(\frac{1}{3}xy\right)^2$  за  $x = -0,5, y = -1$ ; г)  $D = \left(\frac{1}{2}x\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}y\right)^2 \cdot x \cdot (-y)^3$  за  $x = -2, y = -1$ .

**269** Приведете в нормален вид многочлените:

а)  $\frac{1}{3}ax^2 + \frac{5}{6}x - 3 + 5\frac{2}{3}ax^2 + \frac{1}{6}x$ ;

б)  $2\frac{1}{5}ax^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{5}ax^3 - 1\frac{1}{2}x^2 + x$ ;

в)  $2\frac{1}{8}ax^2 - 3\frac{2}{7}x^3 + 2x + \frac{7}{8}ax^2 - \frac{5}{7}x^3$ ;

г)  $1\frac{1}{2}x^2 + ax^3 - 1,5x^2 + 2ax^3 + ax^3$ .

**270** Подредете многочлените по намаляващите степени на променливата, определете степента им и напишете коефициентите на членовете от трета степен.

а)  $A = ax^3 + x^4 - ax - 2x^3 + x + 3$ ;

б)  $B = ax^5 - a - ax^3 - 1 + x^3 + ax^2$ ;

в)  $C = 2ax^4 - ax^3 + ax^6 - x + x^6 + 2$ ;

г)  $D = 2ax^3 + ax^2 + x - 3x^3 - ax^2 + 2ax^8$ .

**271** Разкрийте скобите и направете приведение:

а)  $5,8a^2x^2 - (3,5a^2x^2 + 5ax - 7) - (1,3a^2x^2 - 3ax + 4)$ ;

б)  $2x^2 + 5y^2 - (3x^2 + 4y^2 - (2x^2 - 5y^2 - (2x^2 - 7y^2)))$ ;

в)  $7x^2 - 3y^2 - (2x^2 - 5y^2 - (-3x^2 - y^2 - (-2x^2 + 4y^2)))$ ;

г)  $\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{3}y\right) - \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{6}y - 2\right) - \left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y + 6\right)$ .

**272** Пресметнете числената стойност на изразите:

а)  $A = 3x^2 - (x^2 - y^2 + 5) + (2x^2 - 2y^2 + 4)$  за  $x = -2, y = -1$ ;

б)  $B = 5x^2 - (x^2 + y^2 - 2z^2) - (3x^2 - 2y^2 + z^2)$  за  $x = -2, y = -1, z = -3$ ;

в)  $C = 2x^4 - (x^4 - y^2 + 5) - (x^3 - 2y^3 + y^2 - 1)$  за  $x = -1, y = -2$ ;

г)  $D = \frac{2}{3}x^2 - \left(\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 1\right) - \left(\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{4}y^2 + 2\right)$  за  $x = -2, y = -1$ .

**273** Покажете, че стойността на изразите не зависи от стойностите на променливите в тях:

а)  $5xy - (2xy - 3x + y - 2) - (3xy - 2x - 4) - 5x + y$ ;

б)  $10x^2 - \left(2\frac{5}{7}x^2 - \frac{5}{9}x + 2\right) - \left(7\frac{2}{7}x^2 - 3\frac{4}{9}x + 1\right) - (4x + 5)$ ;

в)  $11x^2 - \left(5\frac{1}{3}x^2 - 3\frac{2}{7}x + 6\right) - \left(5\frac{2}{3}x^2 + 9\frac{2}{7}x - 3\right) - (5 - 6x)$ ;

г)  $8xyz - (3xyz - 5x + y) - (5xyz + 2x - z) - (3x - y + z - 2)$ .

**274** Дадени са многочлените  $P = x^3 - 2$ ,  $Q = x^2 + x - 5$ ,  $N = 2x^3 - x^2 + 3$ . Намерете многочлен в нормален вид, равен на:

а)  $P + Q - N$ ;

б)  $P - Q - N$ ;

в)  $-P + Q - N$ ;

г)  $-P - Q + N$ .

**275** Опростете изразите:

а)  $3a^2x \cdot 5x - \frac{2}{3}ax \cdot 3ax + (-2ax)^2 - 4a^2 \cdot (-2x)^2$ ;

б)  $3x^3 \cdot (2x^2)^2 - (-5x)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}x^2\right)^2 - 5x^5 \cdot 2x^2$ ;

в)  $2\frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{3}{7}x^3 - (-2x)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 7x^9 : x^4, x \neq 0;$

г)  $(2ax^2)^3 \cdot (ax^2)^2 - (3ax^2)^5 : 3^3 + 3\frac{2}{3}a^3x^3 \cdot 2\frac{2}{11}a^2x^7.$

**276** Намерете числената стойност на изразите:

а)  $\frac{15x^7y^6}{3x^5y^4} - \frac{(-6x^3y^2)^2}{9x^4y^2}$  при  $x = -2\frac{1}{3}, y = -1;$

б)  $\left(\frac{2}{7}xy^2\right)^2 \cdot 49x - 3x^3 \cdot (-y)^4$  при  $x = \frac{1}{2}, y = -2;$

в)  $\left(-2\frac{1}{3}x^2y^2\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}xy\right)^2 - (-2x^2y^2)^3$  при  $x = -\frac{1}{3}, y = 3;$

г)  $\left(\frac{1}{3}xy\right)^3 \cdot (3xy^2)^2 - \left(\frac{1}{2}xy^2\right)^3 \cdot (4x^2y)$  при  $x = -\frac{1}{2}, y = -2.$

**277** Извършете означените действия:

а)  $2a^2(x^2 - x + 3) - ax(ax - 3a + 2x) - (a^2 + x - 1) \cdot x^2;$

б)  $1\frac{1}{5}x\left(5y - 3\frac{1}{3}x\right) - 2\frac{2}{3}y\left(9x - \frac{3}{8}y\right) - 5(2x - y);$

в)  $5x(0,4y + 1,2x - 2) - (3xy - 2x^2 - 3) \cdot 4;$

г)  $6axy \cdot \left(\frac{a}{3} - \frac{x}{2} + \frac{y}{6}\right) - 4a(x - y) \cdot y - 3x(a + x) \cdot y.$

**278** Дадени са многочлените

$P = x^2 - 5, Q = 3x - 7, N = 2x^2 - x + 3.$

Намерете многочлен в нормален вид, равен на:

а)  $2P + Q - N;$

б)  $2P - 3Q - N;$

в)  $P - 2Q - 2N;$

г)  $3P + 2Q - N.$

**279** Приведете в нормален вид изразите:

а)  $2x(x + 1)(x - 2) - (x^2 + 2)(2x - 1);$

б)  $(x - 1)(x + 2)(x + 3) - x(x + 1)(x - 2);$

в)  $5x^2(x - 1)(x + 2) - 2(x^2 + 1)(x^2 - 3);$

г)  $(2x + 3a + 1)(x - a - 1) - (2x + a)(x - 2).$

**280** Проверете, че изразите са тъждествено равни:

а)  $(x - a)(x^2 + ax + a^2)$  и  $x^3 - a^3;$

б)  $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$  и  $8x^3 + 1;$

в)  $(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)(x - y)$  и  $x^4 - y^4;$

г)  $(a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$  и  $a^5 + b^5.$

**281** Намерете най-малката стойност на дадените изрази и стойността на  $x$ , за която тя се получава, ако:

а)  $A = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1) - x^4 - 2;$

б)  $B = 2(x^2 - 2x - 1)(x + 1) - x(2x^2 - 3x - 6).$

**282** Намерете най-голямата стойност на дадените изрази:

а)  $A = x(x^3 - 2x^2 + 2) - (x^2 - 1)(x^2 - 2x + 2);$

б)  $B = (x - 2)(x^2 + x + 1) - x(x^2 + x - 3) - 2x.$

**283** Ако  $u = 2x^2, v = x^2 - 5, w = 3x^2 - 2x + 1,$  намерете:

а)  $u \cdot v + w;$

б)  $u \cdot v - w;$

в)  $u \cdot w - 3v;$

г)  $v \cdot w + 2u.$

**284** Даден е многочленът

$A = mx - mx^3 + m - 3mx^4 + 2mx^2 + x - x^4 + 5.$

Приведете многочлена в нормален вид и намерете стойностите на параметъра  $m$ , така че:

- а) степента на многочлена да се намали с 1;  
 б) многочленът да няма член от първа степен;  
 в) коефициентът пред члена от втора степен да е 6;  
 г) свободният член на многочлена да е 4.

- 285** Даден е многочленът  
 $A = ay^5 - 2 + ay^4 - 2ay + 3y - y^5 + a + y^4$ .  
 Намерете за коя стойност на параметъра  $a$  многочленът:  
 а) е от четвърта степен;  
 б) не съдържа член от първа степен;  
 в) няма свободен член;  
 г) има коефициент пред члена от четвърта степен, равен на  $-1$ .

Докажете тъждествата:

- 286**  $b^2(b^3 + 5) - 5\left(b^2 + \frac{b^5}{5} - 1, 2\right) = 6$ .  
**287**  $(a+b)(c+d) - (a+c)(b+d) - (a-d)(c-b) = 0$ .  
**288**  $(-a)^3 - a(5 - a - a^2) - (-a)^2 + 3a : 0, 5 = a$ .  
**289**  $(2ab)^2 - ab(4ab - 3) - b(3a - b) = b^2$ .  
**290**  $\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a}{-3}\right)^2 = \left(\frac{5a}{6}\right)^2$ .  
**291**  $(m-2)(m+3) - (m+2)(m-3) = m : 0, 5$ .

Извършете действията:

- 292**  $(0, 3a + 2b)^2$ ;  $(0, 2a - 0, 3b)^2$ .  
**293**  $\left(1\frac{2}{3}a^2 + \frac{3}{5}b\right)^2$ ;  $\left(1\frac{3}{7}a - 1, 4b^2\right)^2$ .  
**294**  $(a^n + 3)^2$ ;  $(a^{n+1} + 2)^2$ .  
**295**  $(a^n + b^n)^2$ ;  $(a^m + 2b^n)^2$ .

Представете изразите като квадрати на двучлен:

- 296**  $a^6 - 8a^3 + 16$ ;  $a^4 - 2a^2b^3 + b^6$ .  
**297**  $x^4 - x^2a^2 + \frac{a^4}{4}$ ;  $\frac{4x^2}{9} - 4xy + 9y^2$ .

- 298** Докажете тъждествата  
 $(a+b+c)^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 =$   
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$ .

Представете многочлените като сбор от квадратите на два израза:

- 299**  $a^2 - 10a + 26$ ;  $b^2 - 4b + 13$ .  
**300**  $a^2 - 6ab + 10b^2$ ;  $a^2 + 8am + 25m^2$ .  
**301**  $a^2 + 2ab + b^2 + x^2 - 2x + 1$ ;  
 $a^2 - 4ab + 4b^2 + m^2 - 10m + 25$ .  
**302**  $x^2 - 6x + y^2 + 10y + 34$ ;  
 $4x^2 - 12x + 9y^2 + 12y + 13$ .  
**303**  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz + 9m^2$ .  
**304**  $4a^2 + b^2 + c^2 + 4ab + 4ac + 2bc + 25m^2$ .

Опростете изразите и намерете числената им стойност:

- 305**  $(a+b+c)^2 - (-a-c)^2 - 2(ab+bc+2ac)$   
 при  $a=14$ ,  $b=-7$ ,  $c=-5$ .  
**306**  $\frac{(x-2)^2}{2} - \frac{(x+1)^2}{3} + \frac{x}{2} \cdot \left(\frac{x+4}{3}\right)$   
 при  $x=-1$ ;  $1$ ;  $5$ .

Извършете действията:

- 307**  $\left(1\frac{1}{3}a - 1, 5b\right)\left(1\frac{1}{3}a + 1, 5b\right)$ ;  
 $(a^7 + b^7)(a^7 - b^7)$ .  
**308**  $(a+b+c)(a+b-c)$ ;  
 $(a+b+c)(a-b-c)$ .  
**309**  $(x+y-z)(x-y-z)$ ;  
 $(-x-y-z)(-x-y+z)$ .  
**310**  $(a+b+c-d)(a+b-c+d)$ ;  
 $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$ .

Опростете изразите:

- 311**  $(x-3)(x+1)(x+3) - (x-2)(x-1)(2+x)$ .  
**312**  $(x^2+1)(x+1)(x-1) - (x-2)(4+x^2)(2+x)$ .  
**313** Докажете тъждеството  
 $(a+1)(a-1)(a^2+1)(a^4+1)(a^8+1) - a^{16} = -1$ .



Опростете изразите и намерете числената им стойност:

314  $(a+b)(b-a)+a(a-4c)$

при  $a=2, b=-5, c=3$ .

315  $(b-a)(a+b)+(a-c)(c+a)+c(c-4a)$

при  $a=7, b=-5, c=-2$ .

Опростете изразите:

316  $(x^2+2y)^3; (x^3-y^2)^3; (2xy-3m)^3$ .

317  $(-2a-b)^3; (-a^2+2)^3; (-2ab-3m)^3$ .

318  $(x^3-a)(x^6+ax^3+a^2);$

$(3xy+2z)(9x^2y^2-6xyz+4z^2)$ .

319  $\left(\frac{x}{2}-2\right)\left(\frac{x^2}{4}+x+4\right);$

$\left(\frac{2x}{3}+3y\right)\left(\frac{4x^2}{9}-2xy+9y^2\right)$ .

Извършете означените действия:

320  $(2a-b)^3-(2a+b)(4a^2-2ab+b^2)-b^2(6a-b)$ .

321  $(a-b)(a+b)(a^4+a^2b^2+b^4)-(a^3-b^3)(a^3+b^3)$ .

322  $(2x-y)^3+(2x+y)^3-4x(4x^2+3y^2)$ .

323  $(-a-b)^3+(a-b)^3+2b(3a^2+b^2-1)$ .

Докажете, че стойността на изразите не зависи от стойността на  $x$ :

324  $(x+2)^3-6(x+1)(x-1)-3(4x+1)-x^3$ .

325  $(2x-1)(4x^2+2x+1)-8x(x+2)(x-2)-32x+4$ .

326  $\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x^2-\frac{x}{3}+\frac{1}{9}\right)-x(3+x)(x-3)-3\left(3x+\frac{1}{81}\right)$ .

В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на рационалния израз. Срещу нея, в дясната колона, запишете номера на нормалния му вид.

327	(A)	$(3x+2)^2-(2x-1)(2x+1)$
	(Б)	$(x-2)^3-(x+2)(x^2-2x+4)$
	(B)	$(x+1)^3-x(x-3)^2$

(1)	$9x^2+12x+1$
(2)	$-6x^2+12x$
(3)	$9x^2-6x+1$
(4)	$5x^2-42x+72$
(5)	$5x^2+12x+5$
(6)	$-6x^2+12x-16$

Отг.

(A)	
(Б)	
(B)	

328	(A)	$x(x+3)(x-3)-(x-2)^3$
	(Б)	$(2x-1)^2-(x-5)(x+3)$
	(B)	$(x-3)(x^2+3x+9)-x(x+4)^2$

(1)	$-8x^2-16x-27$
(2)	$6x^2-21x+8$
(3)	$3x^2-6x-14$
(4)	$8x^2+16x-27$
(5)	$3x^2-2x+16$
(6)	$6x^2-12x-1$

Отг.

(A)	
(Б)	
(B)	

329	(A)	$(3x-2)^2-3x(x-4)$
	(Б)	$(x+3)(x-8)-(x+4)(x-4)$
	(B)	$(x-2)^3-(x+3)^2$

(1)	$x^3-7x^2+18x+1$
(2)	$-24x+4$
(3)	$-5x-8$
(4)	$6x^2+4$
(5)	$x^3-7x^2+6x-17$

Отг.

(A)	
(Б)	
(B)	

330	(A)	$(2x-1)^2 - x(2x-5)$
	(Б)	$(x+2)(x+4) - (x+3)(x-3)$
	(B)	$(x+1)^3 - x(x+2)^2$

(1)	$-x^2 - x + 1$
(2)	$2x^2 + x + 1$
(3)	$6x + 1$
(4)	$6x + 17$
(5)	$7x^2 + 7x + 1$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

331	(A)	$(2x-1)^2 - x(2x-3)$
	(Б)	$(x+4)(x-6) - (x+5)(x-5) + x$
	(B)	$\frac{(x+1)^3 - (x-2)^3}{9}$

(1)	$2x^2 - x + 1$
(2)	$x^2 - x + 1$
(3)	$-x + 1$
(4)	$3x^2 + 1$
(5)	$\frac{-3x^2 + 15x - 7}{9}$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

332	(A)	$(3x-2)^2 - 3x(x-4)$
	(Б)	$(x-1)(x^2+x+1) - x(x-2)(x+2)$
	(B)	$(x-2)^3 - x(-x+3)^2 - 3(x-4)$

(1)	4
(2)	$-12x^2 + 18x + 4$
(3)	$6x^2 + 4$
(4)	$4x - 1$
(5)	$-4x - 1$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

333	(A)	$(x-1)^3 - (x+1)^3$
	(Б)	$x^3 - (x+2)(x^2 - 2x + 4)$
	(B)	$x(x-3)^2 - x(3-x)(x+3)$

(1)	$2x^3 - 6x^2$
(2)	$-6x^2 - 2$
(3)	$-6x^2$
(4)	-8
(5)	$-6x^2 + 18x$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

334	(A)	$(x-4)^2 - x(x-8)$
	(Б)	$1,5 - \frac{(2x+1)(2x-1)}{2}$
	(B)	$(x+2)^3 - (x+2)(x^2 - 2x + 4)$

(1)	$-16x + 16$
(2)	$-4x^2 + 4$
(3)	16
(4)	$6x^2 + 12x$
(5)	$-2x^2 + 2$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

335	(A)	$(x+1)^3 - (x+1)(x^2 - x + 1)$
	(Б)	$3(-x-2)^2 - 3(3x-4)$
	(B)	$x^3 - (x+2)(3-x)(2-x)$

(1)	$3x^2 + 4x - 12$
(2)	$3x^2 + 3x + 24$
(3)	$3x^2 + 3x + 2$
(4)	$3x^2 + 3x$
(5)	$3x^2 + 4x + 12$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

336	(A)	$(2x-3)^2 - 3x(x+2)$
	(Б)	$(x+5)(x-5) - (x-2)^2$
	(B)	$(x+1)^3 - (x+1)(x-1)(x+2)$

(1)	$x^2 - 12x + 9$
(2)	$4x - 21$
(3)	$x^2 + 4x + 3$
(4)	$x^2 - 18x + 9$
(5)	$4x - 29$

**Отг.**

(A)	
(Б)	
(B)	

Опростете изразите:

- 337  $A = (2x + y + 3)^2 - (2x + 3)^2 - (y + 2)^2$ .  
 338  $A = (2x - y + 2)^2 - (2x + 1)^2 - (y - 3)^2$ .  
 339  $A = (3x - y - 2)^2 - (3x + 1)^2 - (y + 4)^2$ .  
 340  $A = (2x - y - 5)^2 - (-2x - 3)^2 - (-y - 1)^2$ .  
 341  $A = (3x + 2y + 1)^2 - (-3x + 2)^2 - (-2y + 3)^2$ .  
 342  $A = (-2x - y - 3)^2 - (x + y)^2 - 3x(x + 2)$ .  
 343  $A = (-x - 2y - 3)^2 - (-x - 4)^2 - (-2y - 3)^2$ .  
 344  $A = (x - y - 2)^2 - (-x + 3)^2 - (-y + 2)^2$ .  
 345  $A = (-x + y - 2)^2 - (-x + 5)^2 - (-y + 4)^2$ .  
 346  $A = (2x + 3)^3 - (x + 2)^3 - 7x(x^2 - 1)$ .  
 347  $A = (2x - 3)^3 - (x - 3)^3 - 7x(x + 2)(x - 2)$ .  
 348  $A = (2x - 2)^3 - (x - 2)^3 - 7x(x + 1)(x - 1)$ .  
 349  $A = (2x + 3)^3 - (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - (x + 3)^2$ .  
 350  $A = (3x + 2)^3 - (3x + 1)(9x^2 - 3x + 1) - (-x - 2)^2$ .  
 351  $A = (2x - 1)^3 - (2x + 3)(4x^2 - 6x + 9) - (-x + 3)^2$ .  
 352  $A = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - (2x + 3)^3 - (x - 2)^2$ .  
 353  $A = (2x - 5)(4x^2 + 10x + 25) - (2x - 1)^3 - (x^2 - 9)$ .  
 354  $A = (3x - 2)(9x^2 + 6x + 4) - (3x - 1)^3 - (2x + 3)(2x - 3)$ .  
 355  $A = (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16) - (3x - 2)^3 - 2x(x + 4)$ .  
 356  $A = (x + y + 3)^2 - (x + 2)^2 - (-y + 2)^2$ .  
 357  $A = (x - y - 2)^2 - (x - 3)^2 - (y - 4)^2$ .  
 358  $A = (2x - y - 5)^2 - (2x + 3)^2 - (-y + 4)^2$ .  
 359  $A = (3x - 2y - 4)^2 - (3x - 2)^2 - (-2y + 3)^2$ .  
 360  $A = (-2x - y - 3)^2 - (-2x + 3)^2 - (-y - 5)^2$ .  
 361  $A = (-3x - 2y + 1)^2 - (-3x + 2)^2 - (-2y + 5)^2$ .  
 362  $A = (-4x - 3y - 2)^2 - (-4x + 3)^2 - (-3y + 2)^2$ .

Разложете чрез изнасяне на общ множител извън скоби:

- 363  $2m(a - b) - 3n(b - a);$   
 $x^2(m + n) - y^2(-m - n).$   
 364  $m^2(a - b) - n^2(b - a);$   
 $2x(3y - a) - 4y(a - 3y).$   
 365  $m^2(a + b + c) + 2m(a + b + c);$   
 $x(a + b - c) + y(a + b - c) - z(a + b - c).$

- 366  $2a^m + 3a^{m+1} + 4a^{m+2};$   
 $3b^p + 6b^{p+2} + 9b^{p+3} + 12b^{2p}.$   
 367  $(a + b + c)^2 + m(a + b + c);$   
 $(a + b + c)^2 - na - nb - nc.$

Разложете чрез групиране:

- 368  $2ab^2c + 2abc^2 + 3b + 3c;$   
 $4a^2b - 4ab^2 - 3am + 3bm.$   
 369  $x^3 - 3x^2 + 5x - 15;$   
 $x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 6.$   
 370  $a^3x^2 + a^3y^2 + ab^2x^2 + ab^2y^2;$   
 $amx + amy - bmx - bmy.$   
 371  $2a^3m + 2a^2m + 4am - 3a^2bm - 3abm - 6bm.$

Пресметнете по рационален начин:

- 372  $7^3 + 3 \cdot 7^2 \cdot 13 + 3 \cdot 7 \cdot 13^2 + 13^3;$   
 $19^3 - 3 \cdot 19^2 \cdot 9 + 3 \cdot 19 \cdot 9^2 - 9^3.$   
 373  $2 \cdot 7^3 + 3 \cdot 2 \cdot 7^2 \cdot 2,3 + 3 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2,3^2 + 2,3^3;$   
 $\left(\frac{1}{8}\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{8}\right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{8}\right) \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{8}\right)^3.$

Разложете чрез формулите за съкратено умножение:

- 374  $8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3;$   
 $27a^3 - 27a^2c + 9ac^2 - c^3.$   
 375  $8x^3y^3 - 12x^2y^2z + 6xyz^2 - z^3;$   
 $27x^3 - 27x^2yz + 9xy^2z^2 - y^3z^3.$   
 376  $9(x + 1)^2 - 4(x - 2)^2;$   
 $36(x + 1)^2 - (5x - 3)^2.$   
 377  $(a + b + 3)^2 - (a - b + 2)^2;$   
 $(2x + y - 3)^2 - (x - y + 2)^2.$   
 378  $9(a + b - c)^2 - 4(a - b + c)^2;$   
 $1\frac{11}{25}(a + b)^2 - 2\frac{1}{4}(a - b)^2.$   
 379 а)  $ax + 2a - 3x - 6;$   
 б)  $ax + 5a - 2x - 10.$



- 380 a)  $ax - 3a + 2x - 6$ ;  
б)  $ax - 4a - 2x + 8$ .
- 381 a)  $ax - 5a - 3x + 15$ ;  
б)  $x^2 - 4 - ax - 2a$ .
- 382 a)  $x^2 - 9 + ax + 3a$ ;  
б)  $x^2 - 25 + 2ax - 10a$ .
- 383 a)  $x^2 - 36 + 5ax - 30a$ ;  
б)  $2x^2 - 8 + ax - 2a$ .
- 384 a)  $2x^2 - 18 + 5ax - 15a$ ;  
б)  $3x^2 - 75 - 2ax + 10a$ .
- 385 a)  $81x^3 - x(x + 5)^2$ ;  
б)  $36x^3 - x(2x - 3)^2$ .
- 386 a)  $25x^3 - x(3x - 4)^2$ ;  
б)  $49x^3 - x(2x - 5)^2$ .
- 387 a)  $4x^3 - x(x - 4)^2$ ;  
б)  $9x^3 - x(2x - 3)^2$ .
- 388 a)  $(3x + 1)^2 - 4(x + 2)^2$ ;  
б)  $(5x - 2)^2 - 9(x - 1)^2$ .
- 389 a)  $(7x - 3)^2 - 16(x - 2)^2$ ;  
б)  $(8x + 3)^2 - 25(x + 1)^2$ .
- 390 a)  $9(x + 1)^2 - 4(x - 2)^2$ ;  
б)  $25(x - 3)^2 - 4(x + 2)^2$ .
- 391 a)  $36(x - 5)^2 - 25(x + 1)^2$ ;  
б)  $49(x - 1)^2 - 16(x + 2)^2$ .
- 392 a)  $x^3 - 8a^3$ ;  
б)  $x^3 - 27y^3$ .
- 393 a)  $x^3 - 125b^3$ ;  
б)  $8x^3 - a^3$ .
- 394 a)  $27x^3 - y^3$ ;  
б)  $27x^3 - 8y^3$ .
- 395 a)  $8x^3 - 27y^3$ ;  
б)  $125x^3 - 8y^3$ .
- 396 a)  $x^6 - 8a^3$ ;  
б)  $x^9 - 27y^3$ .
- 397 a)  $8x^6 - 125y^3$ ;  
б)  $27x^9 - 8y^3$ .
- 398 a)  $8x^{15} - 27$ ;  
б)  $27x^{12} - 8$ .
- 399 a)  $x^{15} + 8y^3$ ;  
б)  $x^9 + 125a^3$ .
- 400 a)  $8x^6 + 27y^9$ ;  
б)  $27x^3 + 125$ .
- 401 a)  $64x^3 + 27y^3$ ;  
б)  $x^3 + 8 + x^2 + 2x$ .
- 402 a)  $x^3 + 8 - x^2 - 2x$ ;  
б)  $x^3 + 27 + 2x^2 + 6x$ .
- 403 a)  $x^3 + 27 + 3x^2 + 9x$ ;  
б)  $x^3 + 8 - 3x^2 - 6x$ .
- 404 a)  $x^3 + 27 - 5x^2 - 15x$ ;  
б)  $x^3 - 27 + 2x^2 - 6x$ .

- 405 a)  $x^2 - 4x + 4 - 9a^2$ ;  
б)  $x^2 - 6x + 9 - 25a^2$ .
- 406 a)  $x^2 - 10x + 25 - 4a^2$ ;  
б)  $4x^2 - 4x + 1 - 9a^2$ .
- 407 a)  $4x^2 + 4x + 1 - 25a^2$ ;  
б)  $9x^2 - 6x + 1 - 4a^2$ .
- 408 a)  $9x^2 - 12x + 4 - 25a^2$ ;  
б)  $9x^2 - 24x + 16 - 25a^2$ .
- 409 a)  $25x^2 - 10x + 1 - 4a^2$ ;  
б)  $36x^2 + 12x + 1 - 25a^2$ .
- 410 a)  $x^2 - 4x + 4 + ax - 2a$ ;  
б)  $x^2 - 6x + 9 + 2ax - 6a$ .

Разложете на множители:

- 411  $2ax^3 + 3ax^2 + \frac{3}{2}ax + \frac{1}{4}a$ .
- 412  $2a^6 - 2b^6$ ;  $5x^6 - 5y^6$ .
- 413  $a^2 + 2ab + b^2 - c^2$ ;  
 $x^2 + 4x + 4 - 9m^2$ .
- 414  $9x^2 - a^2 + 2ab - b^2$ ;  
 $50x^2 - 2a^2 - 4ab - 2b^2$ .
- 415  $a^3 + a^2 - 4a - 4$ ;  
 $4a^3 - 4a^2 - 9a + 9$ .
- 416  $ax^2 - ay^2 + 5bx - 5by$ ;  
 $a^3x^2 - a^3y^2 - 8x^2 + 8y^2$ .
- 417 Докажете, че тричленът  $x^2 - 6x + 5$  се дели на  $x - 5$ .
- 418 Докажете, че тричленът  $a^3 + a^2 - 12$  се дели на  $a - 2$ .
- 419 Докажете, че тричленът  $a^3 + a + 2$  се дели на  $a + 1$ .
- 420 Докажете, че тричленът  $3a^2 - 4a + 1$  се дели на  $3a - 1$ .
- 421 Докажете, че тричленът  $b^4 + b^3 - 24$  се дели на  $b - 2$ .
- 422 Докажете, че тричленът  $b^3 + b^2 + 4$  се дели на  $b + 2$ .
- 423 Докажете, че многочленът  $x^3 - x^2 - 4x + 4$  се дели на  $x + 2$ .

- 424 В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на рационалния израз. Срещу нея, в дясната колона, запишете номера на нормалния му вид.

(А)	$(2x+3)^2 - (x-2)(2x+3)$
(Б)	$(3x-2)^2 - 4(x+2)^2$
(В)	$(x+2)^3 - (x+2)^2$

(1)	$5x^2 - 28x - 12$
(2)	$(x+1)(x+2)^2$
(3)	$x^3 + 5x^2 + 8x + 4$
(4)	$(x-6)(5x+2)$
(5)	$2x^2 + 13x + 15$
(6)	$(2x+3)(x+5)$

Отг.

(А)	
(Б)	
(В)	

- 425 В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на рационалния израз. Срещу нея, в дясната колона, запишете номера на нормалния му вид.

(А)	$(2x-1)(x-3) - (x-3)^2$
(Б)	$9(x-1)^2 - (2x-5)^2$
(В)	$(x-3)^3 - (x-3)^2$

(1)	$(x-4)(x-3)^2$
(2)	$(5x-8)(x+2)$
(3)	$x^2 - x - 6$
(4)	$5x^2 + 2x - 16$
(5)	$(x-3)(x+2)$
(6)	$x^3 - 10x^2 + 33x - 36$

Отг.

(А)	
(Б)	
(В)	

- 426 В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на рационалния израз. Срещу нея, в дясната колона, запишете номера на разложения на множители му вид.

(А)	$9x^2 - (x+8)^2$
(Б)	$(2x+3)(3x-1) - (2x+3)^2$
(В)	$4x^3 - x(x-2)^2$

(1)	$x(x+2)(3x-2)$
(2)	$8(x-4)(x+2)$
(3)	$2x^2 - 5x - 12$
(4)	$(x-4)(2x+3)$
(5)	$8x^2 - 16x - 64$
(6)	$3x^3 + 4x^2 - 4x$

Отг.

(А)	
(Б)	
(В)	

- 427 В лявата колона на бланката за отговори е написана буквата на рационалния израз. Срещу нея, в дясната колона, запишете номера на разложения на множители му вид.

(А)	$(2x-1)^2 - (x-5)^2$
(Б)	$(x+4)^2 - (2x-5)(x+4)$
(В)	$(x-1)^3 - 4x + 4$

(1)	$3x^2 + 6x - 24$
(2)	$-(x-9)(x+4)$
(3)	$x^3 - 3x^2 - x + 3$
(4)	$(x-3)(x-1)(x+1)$
(5)	$-x^2 + 5x + 36$
(6)	$3(x-2)(x+4)$

Отг.

(А)	
(Б)	
(В)	

**НИВО В** → ЗАДАЧИ ЗА СЪСТЕЗАНИЯ

- 428** Намерете числената стойност на израза  $A = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) - (2x + 1)(2x - 1) - 9$ , ако:  
 а)  $x = -2$ ;      б)  $x = -|-3|$ ;      в)  $x = \frac{1}{2}$ ;      г)  $x = (-1)^2$ .
- 429** Намерете числената стойност на израза  $A = (x - 2)(x^2 - 2x - 4) + (x - 1)(4x - 1) - 9$ , ако:  
 а)  $x = 2$ ;      б)  $x = -|-2|$ ;      в)  $x = -\frac{1}{2}$ ;      г)  $x = (-1)^5$ .
- 430** Намерете числената стойност на израза  $A = (x + 2)(x + 1)(x - 2) - (x - 5)(x + 1) - 1$ , ако:  
 а)  $x = 1 + |-2|$ ;      б)  $x = 3 - |-3|$ ;      в)  $x = -\frac{1}{2}$ ;      г)  $x = (-1)^{2019}$ .
- 431** Намерете числената стойност на израза  $A = (x - 3)(x - 2)(x + 3) - (x + 2)(x^2 - 9) - 36$ , ако:  
 а)  $x = 3$ ;      б)  $x = 3 - |-2|$ ;      в)  $x = -\frac{1}{3}$ ;      г)  $x = -1\frac{1}{2}$ .
- 432** Пресметнете стойността на израза  $A = 2(x^2 + 1)(x - 1) - (x + 1)(x - 3)(x - 1) + (x^2 + 1)(1 - x)$   
 за  $x = \frac{2^7 + 2^6 - 2^5}{2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5}$ .
- 433** Намерете стойността на израза  $A = 6(x + 5) - 2(x - 3)(4x - 5) + 5x(7x - 8) - (-6x)^2$   
 за  $x = \frac{27^{669}}{(-3)^{2008}}$ .
- 434** Намерете най-малката стойност на израза  $A = 7 - x^4(3x^2 + x - 4) + (3x^6 + x^5 - 13)$ .
- 435** Приведете израза  $A = (5 - x)(x + 5) - (3x + 1)(x - 2) - (2x + 3)(-2x - 3)$  в нормален вид и пресметнете числената му стойност, ако  $x = -2\frac{2}{17}$ .
- 436** Пресметнете стойността на израза  $A = 3x^3 + 5xy + 4y^3 - (2x^3 - 3y^3) - (x^3 + 6xy + 7y^3)$   
 за  $x = -2\frac{1}{3}$  и  $y = 1\frac{2}{7}$ .
- 437** Приведете израза  $A = (x - y - 3)(x - y - 3) - (x - y)(x + y - 1) + (y - 3)(3 - y)$   
 в нормален вид и намерете числената му стойност, ако  $x = -\frac{1}{2}$  и  $y = \left|-\frac{1}{2}\right|$ .
- 438** Приведете израза  $A = (3 - x)(x + 3) - (y + 2)(y - 5) - (x + y - 2)(2 - x - y)$   
 в нормален вид и намерете числената му стойност, ако  $x = \frac{8^{669}}{(-2)^{2009}}$  и  $y = \frac{(-2)^{56}}{32^{11}}$ .
- 439** Представете произведението  $(2x + a)(x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 1)$  с нормален многочлен. Намерете за коя стойност на параметъра  $a$  коефициентът на члена от четвърта степен и свободният член са равни.
- 440** Представете израза  $B = (x + 3)(ax^4 - x^3 + 1) - (x - 3)(x - 2a + 1) - 2$  като многочлен в нормален вид. Намерете стойностите на параметъра  $a$ , така че:  
 а) степента на многочлена да се намали с 1;  
 б) многочленът да няма член от четвърта степен;  
 в) коефициентът пред члена от първа степен да е 5;  
 г) да няма свободен член.



- 441** Представете израза  $B = (x - 2)(ax^3 + ax^2 - 1) - (x^2 + 3)(x^2 - 2ax - 1) - 5$  като многочлен в нормален вид. Намерете стойностите на параметъра  $a$ , така че:
- степената на многочлена да се намали с 1;
  - многочленът да няма член от първа степен;
  - коефициентът пред члена от втора степен да е 4;
  - да няма свободен член.
- 442** Представете израза  $B = (x - 2)(mx^3 + 3x - m) - (x^2 + 3)(x - 2m - 1) + 3$  като многочлен в нормален вид. Намерете стойността на параметъра  $m$ , така че:
- степената на многочлена да се намали с 1;
  - многочленът да няма член от втора степен;
  - коефициентът пред члена от трета степен да е 3;
  - да няма свободен член.
- 443** Представете израза  $B = (x + 1)(3mx^3 + 2x + 1) - (x - 3)(x + 3mx - 1) + 2$  като многочлен в нормален вид. Намерете стойността на параметъра  $m$ , така че:
- степената на многочлена да се намали с 2;
  - многочленът да няма член от първа степен;
  - коефициентът пред члена от втора степен да е 7;
  - коефициентът пред члена от първа степен да е  $-2$ .
- 444** Даден е изразът  $A = (2m + x)(x^2 - 3x + 2) - m(2x^3 - 3x - 1)$ , където  $m$  е параметър.
- Приведете израза в нормален вид.
  - За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от втора степен е 9?
  - Ако  $x = (-1)^{2021}$ , намерете стойността на  $m$ , за която числената стойност на  $A$  е равна на 6.
- 445** Даден е изразът  $A = (2mx - 3)(x^2 + 2) - (2x - m + 1) \cdot 5 - (x^2 - 2x + m - 3) \cdot 5x$ , където  $m$  е параметър.
- Приведете израза в нормален вид.
  - За коя стойност на  $m$  коефициентите на членовете от втора и първа степен са равни?
  - За коя стойност на  $m$  многочленът е от втора степен?
  - За коя стойност на  $m$  свободният член е най-голямото просто едноцифрено число?
- 446** Даден е изразът  $A = (mx - 1)(x^2 + 3) \cdot 2 - (x^2 + x - m - 1) \cdot 2x - 5(x - 2m + 3)$ , където  $m$  е параметър.
- Приведете израза в нормален вид.
  - За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от трета степен е 10?
  - За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от първа степен е равен на свободния член?
  - За коя стойност на  $m$  сборът от коефициентите и свободния член е 30?
- 447** Даден е изразът  $M = (x - m)(m - x)(x - m) + x(mx^2 - 2) - m(m^2 + x^2 - 3x - 1)$ .
- Приведете израза в нормален вид.
  - За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от трета степен е 5?
  - За коя стойност на  $m$  свободният член е 7?
  - За коя стойност на  $m$  при  $x = (-1)^{205}$  стойността на  $M$  е  $|-3| + 3m^2$ ?

448 Даден е изразът  $M = (m + x)(-m - x)(-x - m) - x^2(mx + m + 1) - (m^2 - 3)(x + m)$ , където  $m$  е параметър.

а) Приведете израза в нормален вид.

б) За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от трета степен е  $-5$ ?

в) За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от втора степен е равен на свободния член?

г) За коя стойност на  $m$  при  $x = 0$  стойността на  $M$  е 21?

449 Даден е изразът  $A = (2mx + 3)(x^2 + 1) - 5x(x^2 - 2x + 3) + 3m - 2$ , където  $m$  е параметър.

а) Приведете израза в нормален вид.

б) За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от трета степен е 5?

в) За коя стойност на  $m$  коефициентът на члена от първа степен е  $|-1|$ ?

г) За коя стойност на  $m$  свободният член е 10?

450 Даден е изразът  $A = \frac{x - 6a^2 - 2a}{3} - (x + a)(x - a) + (x + a)^2$ , където  $a$  е параметър. Да се определи:

а) за кои стойности на  $x$  при  $a = -3$  изразът има числена стойност, равна на  $a$ ;

б) за кои стойности на  $a$  при  $x = \frac{1}{2}$  изразът има числена стойност, равна на  $\left|-\frac{1}{2}\right|$ .

### Цели рационални изрази. Тъждества

451 Дяволът казал на мързеливеца: „Ти искаш да имаш пари, без да работиш? Добре, премини мостчето и парите, които имаш, ще се удвоят, а ти ще ми дадеш 32 лева. Това ще се случва всеки път, когато преминаваш мостчето.“

а) Съставете израз за парите, които имал мързеливецът след третото преминаване на мостчето, ако преди да започне играта с дявола е имал  $x$  лв.

б) Намерете стойността на получения израз, ако  $x = 40$  лв., 30 лв., 28 лв.

в) Колко лева е трябвало да има мързеливецът, за да започне играта?

г) Докога може да продължава играта, ако в началото мързеливецът е имал 28 лв.?

#### Решение:

а) Нека преди да започне играта мързеливецът е имал  $A_0 = x$  лв.,  $ДС_x : x > 0$ .

След първото преминаване на мостчето парите на мързеливеца станали  $A_1 = 2x - 32$  (лв.).

След второто преминаване на мостчето парите на мързеливеца станали  $A_2 = 2A_1 - 32 = 4x - 64 - 32 = 4x - 96$  (лв.).

След третото преминаване на мостчето парите на мързеливеца станали  $A_3 = 2A_2 - 32 = 8x - 192 - 32 = 8x - 224$  (лв.).

$A_3 = 8x - 224$  (лв.)

б) При  $x = 40$  получаваме  $A_3 = 96$  лв.

При  $x = 30$  получаваме  $A_3 = 16$  лв.

При  $x = 28$  получаваме  $A_3 = 0$  лв.

в) За да започне играта, мързеливецът трябва да има да заплати 32 лв. поне след първото преминаване, т.е.  $A_1 \geq 0$ . От  $2x - 32 \geq 0$  намираме  $x \geq 16$  лв.

г) При  $x = 28$  лв. играта спира след третото преминаване, тъй като  $A_3 = 0$ .

Обърнете внимание!

$$\text{Тъй като } A_1 - A_0 = 2x - 32 - x = x - 32 = p_1;$$

$$A_2 - A_1 = 4x - 96 - (2x - 32) = 2x - 64 = 2(x - 32) = 2p_1 = p_2;$$

$A_3 - A_2 = 8x - 224 - (4x - 96) = 4x - 128 = 4(x - 32) = 2p_2 = p_3$  и т.н., мързеливецът ще печели, ако  $x > 32$  (лв.). Печалбата му след първото преминаване ще е  $p_1 = x - 32$  (лв.), а след всяко следващо тя ще е 2 пъти по-голяма от печалбата при предишното преминаване.

При  $x < 32$  (лв.) след първото преминаване мързеливецът ще загуби  $q_1 = 32 - x$  (лв.) и след всяко следващо загубата му ще бъде 2 пъти по-голяма от загубата при предишното преминаване.

При  $x = 32$  (лв.) мързеливецът няма да губи, но няма и да печели. Той постоянно ще има 32 лв.

Свободният член в нормалния вид на един многочлен

$$A = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

е равен на стойността на този многочлен при  $x = 0$ .

- 452** При коя стойност на  $p$  свободният член в нормалния вид на многочлена, равен на произведението  $(x^{99} - x + 3)(x^{12} + px^9 - p)$ , е 27?

**Решение:** Ако се представи това произведение като многочлен в нормален вид, свободният член е  $a_n = -3p$ , откъдето намираме  $27 = -3p$ ,  $p = -9$ .

- 453** Да се намери сборът от първите  $n$  естествени числа.

**Решение:** Сборът от първите  $n$  естествени числа записваме във вида

$$S_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n$$

и във вида

$$S_n = n + (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1.$$

Събираме почленно и получаваме

$$2S_n = (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) + (n+1)$$

$$2S_n = n(n+1)$$

$$S_n = \frac{1}{2}n(n+1).$$

- 454** Намерете сбора на всички нечетни числа от 1 до  $2n-1$ .

**Упътване:** Сборът запишете във вида  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-5) + (2n-3) + (2n-1)$ .

- 455** Намерете сбора на всички четни числа от 2 до  $2n$ .

**Упътване:** Сборът запишете във вида  $2 + 3 + 6 + \dots + (2n-4) + (2n-2) + 2n$ .

Намерете числената стойност на изразите:

- 456**  $A = (x-2)(x^2 - 2x - 4) + (x-1)(4x-1) - 9$ , ако:

а)  $x = 2$ ;

б)  $x = -|-2|$ ;

в)  $x = -\frac{1}{2}$ ;

г)  $x = (-1)^5$ .

- 457**  $A = (x+2)(x^2 - 2x + 4) - (2x+1)(2x-1) - 9$ , ако:

а)  $x = -2$ ;

б)  $x = -|-3|$ ;

в)  $x = \frac{1}{2}$ ;

г)  $x = (-1)^2$ .

- 458**  $A = (x+2)(x+1)(x-2) - (x-5)(x+1) - 1$ , ако:

а)  $x = 1 + |-2|$ ;

б)  $x = 3 - |-3|$ ;

в)  $x = -\frac{1}{2}$ ;

г)  $x = (-1)^{2005}$ .



459  $A = (2x - 3)^2 - (x + 2)(x - 2) - (x - 1)(3x - 2)$ , ако  $x = \frac{1}{3}$ .

460  $B = (x + y - 2)^2 - (3 + x)(x - 3) - (y + 2)(y - 5)$ , ако  $x = -0,25$  и  $y = 2$ .

461  $A = (-2x - 3)^2 - (5 + x)(x - 5) - (3x + 1)(x - 2)$ , ако  $x = \frac{(-7)^{2005}}{(-49)^{1002}}$ .

462  $B = (x - y - 3)^2 - (x - y)(x + y - 1) - (-y + 3)^2$ , ако  $x = -\frac{1}{2}$  и  $y = \frac{1}{2}$ .

463  $A = (2x + 1)^3 - 8x(x + 1)(x - 1) - 6x(2x - 3)$  при  $x = \left(-\frac{1}{2}\right)^5$ .

464  $A = (x - 3)^3 - x(x + 1)(x - 1) - (1 - 3x)(3x + 2)$  при  $x = \frac{30}{31}$ .

465  $A = (x - 2)^3 - x(x^2 + 3) - (1 - 3x)(2x + 5)$  при  $x = 1\frac{1}{22}$ .

466 Опростете израза  $B = (3x - 2)^3 - 3x(3x + 1)(3x - 1) - (x + 3)(x - 2)$  и намерете числената му стойност, ако:

а)  $x = \frac{77^2 - 2 \cdot 75 \cdot 77 + 75^2}{-2}$ ;

б)  $x = \frac{37^2 - 35^2}{20^2 - 16^2}$ .

467 Намерете нормалния вид на многочлена, тъждествено равен на израза

$$M = (m + x)^3 - x^2(mx + m + 1) - (m^2 - 3)(x + m).$$

а) За коя стойност на параметъра  $m$  коефициентът на члена от трета степен е  $-5$ ?

б) За коя стойност на параметъра  $m$  при  $x = 1$  стойността на  $M$  е  $3$ ?

468 Намерете нормалния вид на многочлена, тъждествено равен на израза

$$M = (m - x)^3 - m(m^2 + x^2 - 3x - 1) + mx^3 - 2x.$$

а) За коя стойност на параметъра  $m$  коефициентът на члена от трета степен е  $5$ ?

б) За коя стойност на параметъра  $m$  при  $x = -1$  стойността на  $M$  е  $3$ ?

469 Приведете многочлена, равен на израза  $M = (m - x - 2)^2 - m(m + x^2 - 3)$ , в нормален вид. Напишете  $M$ , ако:

а) свободният му член е  $|-7|$ ;

б) коефициентът на члена от първа степен е  $-11 + 3 \cdot \frac{1}{3}$ .

470 Докажете тъждеството

$$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1 = (x^2 + 3x + 1)^2.$$

**Решение:** Лявата страна на равенството е

$$u = x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1 =$$

$$= (x^2 + x)(x^2 + 5x + 6) + 1 =$$

$$= x^4 + 5x^3 + 6x^2 + x^3 + 5x^2 + 6x + 1 =$$

$$= x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1.$$

Дясната страна на равенството съгласно тъждеството

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca \quad \text{е}$$

$$v = (x^2 + 3x + 1)^2 = x^4 + 9x^2 + 1 + 6x^3 + 6x + 2x^2$$

$$= x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1.$$

$u = v \Rightarrow$  равенството е тъждество.

Обърнете внимание!

Доказаното твърдение може да се запише във вида  $x(x+1)(x+2)(x+3)+1=(x(x+3)+1)^2$ .  
Заместете последователно  $x$  с 1, 2, 3, 4, 5. Получава се:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 = (1 \cdot 4 + 1)^2 = 5^2;$$

$$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1 = (2 \cdot 5 + 1)^2 = 11^2;$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1 = (3 \cdot 6 + 1)^2 = 19^2;$$

$$4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 + 1 = (4 \cdot 7 + 1)^2 = 29^2;$$

$$5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 + 1 = (5 \cdot 8 + 1)^2 = 41^2.$$

Левите страни на тези равенства са произведения на четири последователни цели числа, събрани с числото 1, а десните страни са точни квадрати, основите на които са съответно произведенията на най-малкото и най-голямото от тези числа, събрани с числото 1.

Твърдението

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+1=(x(x+3)+1)^2$$

показва, че когато към произведение на четири последователни цели числа се прибави единица, се получава точен квадрат на увеличеното с единица произведение на най-малкото и най-голямото от тези числа.

**471** Да се докаже, че ако  $a+b=1$ , то  $a^2b^2+3=(a^2+a+1)(b^2+b+1)$ .

**Решение:**

I начин: От  $a+b=1$  получаваме  $b=1-a$ .

Лявата страна на равенството е

$$u = a^2b^2 + 3 = a^2(1-a)^2 + 3 = a^4 - 2a^3 + a^2 + 3.$$

Дясната страна на равенството е

$$\begin{aligned} v &= (a^2+a+1)((1-a)^2+(1-a)+1) = (a^2+a+1)(a^2-3a+3) = \\ &= a^4 + a^3 + a^2 - 3a^3 - 3a^2 - 3a + 3a^2 + 3a + 3 = a^4 - 2a^3 + a^2 + 3. \end{aligned}$$

$u = v \Rightarrow$  равенството е твърдение.

Твърдението  $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$  може да се запише във вида  $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ .

II начин: Дясната страна на равенството е

$$\begin{aligned} (a^2+a+1)(b^2+b+1) &= a^2b^2 + a^2b + a^2 + ab^2 + ab + a^2 + b^2 + b + 1 = \\ &= a^2b^2 + \underbrace{a^2b + ab^2}_{ab(a+b)} + \underbrace{a^2 + b^2}_{(a+b)^2 - 2ab} + ab + \underbrace{a+b}_{1} + 1 = \\ &= a^2b^2 + ab(a+b) + (a+b)^2 - 2ab + ab + 1 + 1 = \\ &= a^2b^2 + \cancel{ab} + 1 - \cancel{ab} + 2 = a^2b^2 + 3. \end{aligned}$$

Получихме израза, който е в лявата страна на равенството.

Следва, че равенството е твърдение.

Докажете тъждествата:

472  $(a^2 + 1)(a^2 + 4) - a^2(a^2 + 5) = 4.$

473  $(a^3 + b)(a + b^3) - ab(a^2b^2 + 1) = a^4 + b^4.$

474  $a^5 - b^5 = (a^3 - b^2)(a^2 - ab + b^3) + ab(a^3 - a^2b^2 + ab - b^2).$

475  $\frac{a+1}{2} \cdot \frac{a-2}{3} - \frac{a(a+5)}{6} - \frac{10+3a}{-3} = 3.$

476  $(am + b)(ab - m) = a(b + m)(b - m) + mb(a^2 - 1).$

477 Докажете тъждеството  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$ . Направете извод за произведението на естествени числа, всяко от които е сбор от два точни квадрата.

478 Докажете, че ако  $10b^2 + c^2 = 10a^2$ , то  $(7a - 3b + 2c)(7a - 3b - 2c) = (3a - 7b)^2$ .

479 Докажете, че ако  $a + b = c + d$ , то  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a + b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2$ .

480 Нека  $a$  и  $b$  са цели числа, за които  $a^2 + b^2 + 2ab - 3a - 2b + 1 = 0$ . Докажете, че  $a$  е квадрат на цяло число.

**Упътване:** Представете лявата страна във вида  $(a + b - 1)^2 - a$ . Има цели числа, например  $a = 9$ ,  $b = -5$ , които удовлетворяват условието.

### Цели симетрични изрази

Един цял израз, в който участват  $a$  и  $b$ , се нарича **симетричен**, ако той не се променя при смяна на местата на  $a$  и  $b$ .

Примери: 
$$\begin{cases} P(a; b) = a + b - 5ab, \\ P(b; a) = b + a - 5ba = a + b - 5ab. \end{cases}$$

$$\begin{cases} F(a; b) = a^3 + b^3 - 3a^2b - 3ab^2 + 2a^2 + 2b^2 - a - b + 2ab + 4, \\ F(b; a) = b^3 + a^3 - 3b^2a - 3ba^2 + 2b^2 + 2a^2 - b - a + 2ba + 4. \end{cases}$$

От определението следва, че целите изрази  $P(a; b)$  и  $F(a; b)$  са симетрични.

Симетричните изрази

$a + b$ ,  $a^2 + b^2$ ,  $a^3 + b^3$ ,  $a^4 + b^4$ ,  $a^5 + b^5$ , ...

се наричат **степенни сборове**.

Симетричните изрази  $a + b$  и  $ab$  се наричат **основни симетрични изрази**, защото всеки симетричен израз може да се представи чрез тях.

481 Представете степенните сборове:

а)  $a^2 + b^2$ ;                      б)  $a^3 + b^3$ ;                      в)  $a^4 + b^4$ ;                      г)  $a^5 + b^5$

чрез основните симетрични изрази.

**Решение:**

а) От  $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$  получаваме

(1)  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab.$

б) От  $(a + b)(a^2 + b^2) = a^3 + ab^2 + ba^2 + b^3$  получаваме

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2) - ab(a + b).$

Като вземем предвид (1), по-нататък намираме



$$a^3 + b^3 = (a + b)((a^2 + b^2) - ab) = (a + b)((a + b)^2 - 2ab - ab), \text{ т.е.}$$

$$(2) a^3 + b^3 = (a + b)((a + b)^2 - 3ab).$$

в) От  $(a + b)(a^3 + b^3) = a^4 + ab^3 + ba^3 + b^4$  получаваме

$$a^4 + b^4 = (a + b)(a^3 + b^3) - ab(a^2 + b^2).$$

Като вземем предвид (1) и (2), по-нататък намираме

$$a^4 + b^4 = (a + b)^2((a + b)^2 - 3ab) - ab((a + b)^2 - 2ab) = (a + b)^4 - 3ab(a + b)^2 - ab(a + b)^2 + 2(ab)^2, \text{ т.е.}$$

$$(3) a^4 + b^4 = (a + b)^4 - 4ab(a + b)^2 + 2(ab)^2.$$

г) От  $(a + b)(a^4 + b^4) = a^5 + ab^4 + ba^4 + b^5$  получаваме

$$a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 + b^4) - ab(a^3 + b^3).$$

Като вземем предвид (2) и (3), по-нататък намираме

$$a^5 + b^5 = (a + b)((a + b)^4 - 4ab(a + b)^2 + 2(ab)^2) - ab(a + b)((a + b)^2 - 3ab) = (a + b)((a + b)^4 - 4ab(a + b)^2 + 2(ab)^2 - ab(a + b)^2 + 2(ab)^2), \text{ т.е.}$$

$$(4) a^5 + b^5 = (a + b)((a + b)^4 - 5ab(a + b)^2 + 5(ab)^2).$$

- 482** Многочленът  $P(a; b) = a^3 + b^3 - 3a^2b - 3ab^2 + 2a^2 + 2b^2 + 2ab - a - b + 4$  да се представи чрез  $a + b$  и  $ab$ .

**Решение:** Записваме многочлена във вида

$$P(a; b) = a^3 + b^3 - 3ab(a + b) + 2(a^2 + b^2) - (a + b) + 2ab + 4.$$

Като вземем предвид (1) и (2), по-нататък намираме

$$P(a; b) = (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 3ab(a + b) + 2(a + b)^2 - 4ab - (a + b) + 2ab + 4$$

$$P(a; b) = (a + b)^3 - 6ab(a + b) + 2(a + b)^2 - (a + b) - 2ab + 4.$$

- 483** Докажете тъждеството

$$a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}).$$

**Решение:** Дясната страна на равенството е

$$(a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}) = \\ = a^{2n+1} - a^{2n}b + a^{2n-1}b^2 - \dots + a^3b^{2n-2} - a^2b^{2n-1} + ab^{2n} + a^{2n}b - a^{2n-1}b^2 + \dots + a^2b^{2n-1} - ab^{2n} + b^{2n+1} = \\ = a^{2n+1} + b^{2n+1}.$$

Получихме израза, който е в лявата страна на равенството. Следва, че равенството е тъждество.

- 484** Представете степенните сборове: а)  $a^6 + b^6$ ; б)  $a^7 + b^7$  чрез основните симетрични изрази.

- 485** Ако  $a + b = 0$ , докажете:

а)  $a^3 + b^3 = a^5 + b^5 = a^7 + b^7 = 0$ ;

в)  $a^4 + b^4 = 2a^4$ ;

д)  $a^{2n+1} + b^{2n+1} = 0$ ;

където  $n$  е естествено число.

б)  $a^2 + b^2 = -2ab = 2a^2$ ;

г)  $a^6 + b^6 = 2a^6$ ;

е)  $a^{2n} + b^{2n} = 2a^{2n}$ ,

- 486** Докажете тъждествата:

а)  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;

в)  $a^7 + b^7 = (a + b)(a^6 - a^5b + a^4b^2 - a^3b^3 + a^2b^4 - ab^5 + b^6)$ ,

б)  $a^5 + b^5 = (a + b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ ;

където  $n$  е естествено число.

487 Докажете тъждествата:

а)  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ;

б)  $a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ ;

в)  $a^7 - b^7 = (a - b)(a^6 + a^5b + a^4b^2 + a^3b^3 + a^2b^4 + ab^5 + b^6)$ ;

г)  $a^{2n+1} - b^{2n+1} = (a - b)(a^{2n} + a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 + \dots + a^2b^{2n-2} + ab^{2n-1} + b^{2n})$ ,

където  $n$  е естествено число.

488 Докажете тъждествата:

а)  $a^8 + b^8 = (a + b)(a^7 + b^7) - ab(a^6 + b^6)$ ;

б)  $a^9 + b^9 = (a + b)(a^8 + b^8) - ab(a^7 + b^7)$ ;

в)  $a^{10} + b^{10} = (a + b)(a^9 + b^9) - ab(a^8 + b^8)$ .

### Разлагане на многочлени на множители

489 Разложете на множители многочлените:

а)  $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$ ;

б)  $x^3 - 12x^2 + 25x - 10$ ;

в)  $4m^4 - 8m^2n^2 + 4n^4$ .

**Решение:**

$$\begin{aligned} \text{а) } a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2 &= a^2(a^4 - a^2 + 2a + 2) = a^2(a^2(a^2 - 1) + 2(a + 1)) = \\ &= a^2(a + 1)(a^3 - a^2 + 2) = a^2(a + 1)(a^3 - a^2 + 1 + 1) = \\ &= a^2(a + 1)((a + 1)(a^2 - a + 1) - (a + 1)(a - 1)) = \\ &= a^2(a + 1)(a + 1)(a^2 - 2a + 2) \\ & \quad a^2 - 2a + 2 = ? \end{aligned}$$

$$a^2 - 2a + 2 = \underbrace{a^2 - 2a + 1}_{(-1)} - 1 + 2 = (a - 1)^2 - (-1),$$

$(-1)$  не е точен квадрат

$$\Rightarrow a^2 - 2a + 2.$$

Получихме  $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2 = a^2(a + 1)^2(a^2 - 2a + 2)$ .

$$\begin{aligned} \text{б) } x^3 - 12x^2 + 25x - 10 &= x^3 - \underbrace{2x^2 - 10x^2}_{-8x^2} + \underbrace{20x + 5x}_{25x} - 10 = \\ &= x^2(x - 2) - 10x(x - 2) + 5(x - 2) = \\ &= (x - 2)(x^2 - 10x + 5) \end{aligned}$$

$$x^2 - 10x + 5 = ?$$

$$x^2 - 10x + 5 = \underbrace{x^2 - 2 \cdot 5x + 5^2}_{(x - 5)^2} - 25 + 5 = (x - 5)^2 -$$

20 не е точен квадрат.

$$\text{Получихме } x^3 - 12x^2 + 25x - 10 = (x - 2)(x^2 - 10x + 5).$$

Обърнете внимание!

При разлагане на многочлените в примерите а) и б) получихме квадратни тричлени, за които проверихме, че не се разлагат с метода на отделяне на точен квадрат. Така доказахме, че сме разложили дадените многочлени на прости множители в множеството на рационалните числа.

